

ISSN 2181-7200

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА  
МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

---

ФАРҒОНА ПОЛИТЕХНИКА ИНСТИТУТИ

# И Л М И Й – Т Е Х Н И К А Ж У Р Н А Л И



---

---

---

2022. СПЕЦ. ВЫПУСК №13

---

---

---

**НАУЧНО–ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ЖУРНАЛ ФерПИ**

**SCIENTIFIC –TECHNICAL  
JOURNAL of FerPI**

**ФАРҒОНА – 2022**

## ФарПИ ИЛМИЙ-ТЕХНИКА ЖУРНАЛИ ТАҲРИРИЯТИ

1997 йилдан буён нашр этилади.  
Йилига 6 марта чоп қилинади.

ЎзР Олий аттестация комиссияси  
Раёсатининг 2013 йил 30 декабрдаги  
№201/3 қарори билан журнал ОАК нинг  
илмий нашрлари рўйхатига киритилган

Бош муҳаррир

Ў.Р. САЛОМОВ

### Тахрир хайъати:

#### Физика-математика фанлари:

1. Вайткус Ю.Ю., академик, ф.-м.ф.д., проф. –Вильнюс, Литва ДУ
2. Тарасенко С.А., ф.-м.ф.д., проф. –С-Пб. ФТИ, РФА
3. Мўминов Р.А., академик, ф.-м.ф.д., проф. – Ўз ФА ФТИ
4. Сиддиков Б.М., Prof. of Mathem. – Ferris State University, USA
5. Нуриддинов И., ф.-м.ф.д., проф. – Ўз ФА ЯФИ
6. Юлдашев Н.Х., ф.-м.ф.д., проф. – Фар ПИ

#### Механика:

1. Алиматов Б.А., т.ф.д., проф. – Белгород ДТУ, Россия
2. Сиваченко Л.А., академик, д.т.н., проф. – Бел.-Рос. Университет, Беларусия
3. Бойбобоев Н., т.ф.д., проф. – Нам МҚИ
4. Мамаджанов А.М. т.ф.д., проф. – Тош ДТУ
5. Тожиев Р.Ж., т.ф.д., проф. – Фар ПИ
6. Тўхтақўзиев А., т.ф.д., проф. – Ўз ФА МЭИ

#### Қурилиш:

1. Аббасов Ё.С., т.ф.д. – Фар ПИ
2. Ақромов Х.А., т.ф.д., проф. – Тош АҚИ
3. Одилхажиев А.Э., т.ф.д., проф. – Тош ТЙТМИ
4. Раззаков С.Ж., т.ф.д., проф. – НамМҚИ
5. Шинкова Н.Б. т.ф.д. проф. – Москва Арх. Инст., Россия

#### Энергетика, электротехника, электрон қурилмалар ва ахборот технологиялар

1. Арипов Н.М., т.ф.д., проф. – Тошкент ТЙТМИ
2. Хайриддинов Б.Э., т.ф.д., проф. – Қарши ДУ
3. Касьмаҳунова А.М., т.ф.д., проф. – Фар ПИ
4. Расулов А.М., т.ф.д. – ТАТУ ФФ
5. Эргашев С.Ф., т.ф.д. – Фар ПИ

#### Кимёвий технология ва экология

1. Абдурахимов С.А., т.ф.д. проф. – Тош ДТУ
2. Ибрагимов А.А., к.ф.д., проф. – Фар ДУ
3. Ибрагимов О.О., к.х.ф.д. – Фар ПИ
4. Омонов Т.С., ф.-м.ф.д., проф. –Альберта Университети, Эдмонтон, Канада.
5. Хамдамова Ш.Ш., т.ф.д. – Фар ПИ
6. Хамроқулов З.А., т.ф.д. – Фар ПИ

#### Ижтимоий-иқтисодий фанлар

1. Ертаев К.Е., и.ф.д, проф. – Тараз ДУ, Қозоғистон
2. Иқромов М.А., и.ф.д., проф. – Тош ИУ
3. Искандарова Ш.М., фил.ф.д., проф. – Фар ДУ
4. Исманов И.Н., и.ф.д., проф. – Фар ПИ
5. Кудбиев Д., и.ф.д., проф. – Фар ПИ

## НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ ФерПИ

Издаётся с 1997 года.  
Выходит 6 раз в год.

Постановлением Президиума Высшей  
аттестационной комиссии РУз №201/3  
от 30 декабря 2013 г. журнал включен в  
список научных изданий ВАК.

Главный редактор

У.Р. САЛОМОВ

### Редакционная коллегия:

Ё.С. Аббасов, С.А. Абдурахимов, Б.А. Алиматов, Х.А. Ақромов, Н.М. Арипов, Н. Бойбобоев, Ю.Ю. Вайткус, К.Е. Ертаев, А.А. Ибрагимов, О.О. Ибрагимов, М.А. Иқромов, Ш.М. Искандарова, И.Н. Исманов, А.М. Касьмаҳунова, Д. Кудбиев, А.М. Мамаджанов, Р.А. Муминов, И. Нуриддинов, А.Э. Одилхажиев, Т.С. Омонов, А.М. Расулов, С.Ж. Раззаков, З.М. Сатторов, Б. Сиддиков, Л.А. Сиваченко, С.А. Тарасенко, Р.Ж. Тожиев, А.А. Тухтақўзиев, Б.Э. Хайриддинов, Ш.Ш. Хамдамова, З.А. Хамроқулов, Н.Б. Шинкова, С.Ф. Эргашев, Н.Х. Юлдашев (ответственный редактор)

## SCIENTIFIC – TECHNICAL JOURNAL of FerPI

It has been published since 1997.  
It is printed 6 times a year.

The decision of Presidium of the Supreme  
Attestation Committee of the RUz №201/3  
from December, 30th, 2013 Journal is included  
in the list of scientific editions of the SAC.

Editor-in-chief

О' .R. SALOMOV

### Editorial board members:

Yo.S. Abbasov, S.A. Abdurahimov, B.A. Alimatov, X.A. Akromov, N.M. Aripov, N. Boyboboiev, Yu.Yu. Vitkus, K.E. Ertaev, A.A. Ibragimov, O.O. Ibragimov, M.A. Ikramov, Sh.M. Iskandarova, I.N. Ismanov, A.M. Kasimahunova, D. Kudbiev, A.M. Mamadjanov, R.A. Muminov, I. Nuritdinov, A.O. Odilxajajev, T.S. Omonov, A.M. Rasulov, S.J. Razzakov, Z.M. Sattorov, B. Siddikov, L.A. Sivachenko, S.A. Tarasenko, R.J. Tojiev, A.A. Tuxtakuziev, B.E. Hayriddinov, Sh.Sh. Xamdamova, Z.A. Xamroqulov, N.B. Shinkova, S.F. Ergashev, N.Kh.Yuldashev (Executive Editor)

# МУНДАРИЖА

## ФУНДАМЕНТАЛ ФАНЛАР

Жўраев Ш.И., Жўраев Ў.Ш. Берилган ядро билан эквивалент бўлган чизикли интегро-дифференциал тенгламалар тўғрисида .....	9
---	---

## МЕХАНИКА

Mirsharipov R.X., Rajabova N.R. Barabanli kutitishlarda gidrodinamik rejimlarni o'rganish .....	14
Koraboev E.V., Jabborov I.T. Dispress donali materiallarni barabanli quritkichlarda quritishning optimal variantlari .....	18
Дустматов А.Д., Ахтамбаев С.С. Икки қатламли металлстеклопластикли айланасимон цилиндрик кобикларнинг каватлараро силжишларини ҳисобга олган ҳолдаги мустахкамлиги ва деформацияланувчанлигини тадқиқоти .....	24
Саримсаков О.Ш., Орипов Н.М., Қаҳҳаров М.М. Пахтани ташувчи ҳаводан ажратиб олишда унинг сифат кўрсаткичларини сақлаш имкониятлари .....	29
Рустамов Б.И., Шамсиева М.Б., Орипов Ж.И. Қорақўл мўйналарни ёғлантириш учун балиқ қовуришда ҳосил бўладиган чиқинди ёғ асосидаги янги эмульгатор .....	36
Ablokulov Sh.Z., Jo'rayev O'.Sh. Davriy o'zgaruvchan bikirlikdagi qovushqoqelastik mexanik sistemalarning parametrik rezonans sohalarini taqsimlashda dinamik so'ndirgichning ta'siri .....	40

## ҚУРИЛИШ

Mamatov X.A. Raximjonov U.R. Kichik qozonxonalarini avtomatlashtirish va ularda biogaz qurilmalari tatbiq qilish .....	48
Mirzayev B.Q., Solijonov H.S. Yangi avlod kompleks qo'shimchali vermikulitbeton xossalarini tadqiq etish .....	52
Matkarimov N.X. Panel uylarda energiya tejamkor materiallardan foydalanish, samaradorligini oshirish uchun al'ternativ energiya manbalarini qo'llash .....	58
Nasirov I.A. O'qqa nisbatan simmetrik bo'lgan elastik jismlarning nosimmetrik o'ziga xos tebranishlari .....	64
Усмонова Н.А. Қовургали иссиqlik almashtirgichning issiqlik chiqaradigan yuzasini sonli tadqiqotlar natijalarini matematik qayta ishlash .....	68
Муллаев И.И., Иброхимов А.Р. Очик ўзанларда суюқликнинг ҳаракатини Спаларт-Аллмарас модели асосида сонли тадқиқ этиш .....	74
Раҳманов Б., Неъматов Ф. Мактабгача таълим муассасаларининг фазовий ва архитектуравий муҳитини лойиҳалаш тамойиллари .....	80
Kimsanov Z.O. Maktabgacha talim tashkilotlarini loyihalash va arxitekturaviy yechimlari .....	85

## ЭНЕРГЕТИКА, ЭЛЕКТРОТЕХНИКА, ЭЛЕКТРОН ҚУРИЛМАЛАР ВА АХБОРОТ

### ТЕХНОЛОГИЯЛАР

Qodirov A.A., To'xtasinov S.X. Sanoat korxonalarida sinxron dvigatellar yordamida elektr energiya sifat ko'rsatkichlarini rostdashni tadqiq etish .....	90
Эргашев С.Ф., Тожибоев А.К., Тожибоева М.Д. Қуёш батареяли тизимларда қурилмани турли шароитларида энергия йўқолишлари ҳисоби ва моделлаштириш .....	94

### КИМЁВИЙ ТЕХНОЛОГИЯ ВА ЭКОЛОГИЯ

Umarova M.M., Qurbonova U.S. O'bekistondagi ekologik muammolar .....	99
Qodirov Z.Z. Mahalliy bug'doy donini qayta ishlashning texnologik tahlili .....	103

### ИЖТИМОЙ-ИҚТИСОДИЙ ФАНЛАР

Тўхтаров И. Мафкуравий тарғибот тамойиллари .....	108
Жалилов И.И. Ўқитувчининг педагогик маҳоратини шаклланишининг баъзи муаммолари .....	112
G'ofurova S.O. Badiiy asar matni asosida talabalar og'zaki nutq madaniyatini shakllantirish .....	116
Худойқулова У.А. Топишмоқларнинг синтактик хусусиятлари .....	120

### ҚИСҚА ХАБАРЛАР

Sultanov N.A. Si (Se) da fototermik o'tishning fotoo'tkazuvchanlikka va fotosig'imga ta'siri .....	126
Юлчиева С.Б., Рубидинов Ш.Ф., Эргашев Н.Э. Суюқ шиша ва полимер қўшимчалар асосида антикоррозион композицион қопламаларни ишлаб чиқиш .....	129
Nosirjonov Sh.I. Qamchiq dovonida yo'l-transport hodisalarini transport oqimi va yo'l kengligiga bog'liqligini tadqiq qilish .....	133
Qobulov M.A. Avtomobillarga GBU o'rnatilganda yuzga keladigan kamchiliklarni bartaraf etish .....	135
Сулаймонов О.Н., Махмудов Р., Абдимоминов И. Модулли плугнинг параметрлари ва иш режимини мақбул қийматларини аниқлаш .....	137
Sotvoldiyev O'.U., To'lqinjonov A., Xaliljonov D., Hamzaliyev O., Nuriddinov N. Zamonaviy mexanik transport vositalarida qo'llaniladigan gazballonli ta'minot tizimining sinflanishi .....	140
Raxmonova M.M. Homilador ayollar kiyimining model konstruksiyasida transformasiya va rosional yechimlarni ishlab chiqish .....	142
Ulug'boboeva M. M, Trikotaj buyumlari mahsulotlarini ishlab chiqarishdagi muammolar tahlili .....	145
Yusupova D.U. Yoshi katta ayollar garderoibining tuzilishi va haqiqiy ta'minoti bo'yicha iste'molchilarning afzalliklarini aniqlash .....	148
Мирзажонов М.А. Турар уй-жойлар бинолари пойдевор конструкцияларини коррозиядан ҳимоялаш .....	150

Otaqulov B.A. Konstruksiyalarda eski va yangi beton choklari mustahkamligi va xizmat qilish muddatini oshirishning texnologik usullari .....	152
Сатторов З.М., Отажонов О.А., Исоев Ю.А. Керамзитбетоннинг физик-механик хоссаларини яхшиловчи кўшимчалар .....	154
Mamatov X.A., Isoev Yu.A. Qattiq yoqilg'i turlari va ularning xossalarini o'rganish .....	157
Mirzaev B.Q. Kompleks kimyoviy qo'shimcha qo'shilgan keramzitbetondan foydalanish istiqbollari .....	160
Abudraxmanov U.A. Arxitektura yodgorliklari gumbazlarini ta'mirlash va qayta tiklash tajribalari (Nodir Devonbegi madrasasi misolida) .....	162
Yunusov B.S. Shaharlarda binolarni energiya samaradorligi oshirish muammolari va yechimlari .....	166
Otaqulov B.A. Yoqubova M.T. Quyoshli isitish tuzilmalari uchun tizimli yechimlar .....	168
Mahmudov N.O., Matkarimov N.X. Farg'ona viloyati arxitektura yodgorliklari turizmini tashkillashtirish tamoyillari .....	171
Raximjonov U.R. Bitum va qatronli bog'lovchilarning asosiy xossalarini ishlab chiqarishda innovatsion texnologiyalar .....	175
Akbarov J.N. Poydevorlarni ekspluatatsiyasini tadqiq qilish .....	178
Юсупов А.Р., Рахматова М.А. Кўкюн шахридаги “Мадрасаи Мир” биносининг умрибоқийлигини таъминлаш учун реставрация-реконструкция тадбирлари .....	181
Мадалиев Э.Ў., Муллаев И.И. Куёш – ҳаволи иситиш қурилмасининг самарадорлигини ошириш .....	184
Tursunov Q.Q., Shokirov K.B. Turistik loyiha obyektlarini jihozlashda estetik yondashuv .....	187
Xidirov D.Sh. Yupqa quyosh pilyonkalarini optik xususiyatlari .....	191
Jabborov T.K., Abdullayeva M. Zamonaviy axborotlashgan jamiyatda mobil aloqa vositalariga sog'liqni saqlash tizimlarini tadqiq etishning muammo va yechimlari .....	194
Тожибоев А.К., Султонов Ш.Д. Автоном энергия манбасини қишлоқ хўжалик қурилмаларида қўлланилиши .....	197
Zoxidov I.Z., Qodirov A.A. Shahar elektr ta'minotidagi 6-10 kv liniyasida TP quvvatini o'zgarishi .....	200
Umaraliev N., Sultonov Sh.D. Quyosh fotoelektrik stantsiyalari tarmoqlorida yuklama o'zgarishlarini doimiy monitoringi uchun axborot tizimi .....	204
Umarov A.O. Payvandlashda ulanish va uzilish to'klarini elektr to'ki qonunlaridan foydalanib hisoblashni maktab o'quvchilariga fanlararo o'rgatish .....	207
Ismoilov I.K., Jobborov B.T. Elektr tizimlarini tekshirish va tahlil qilish usullari .....	209
Mamatov O.M. TRACE MODE 6 dasturiy majmuasi yordamida xaroratni rostlash sistemalarini modellashtirish va tadqiq etish .....	212
Absarova D.K. O'zbekistonda o'sadigan o'simliklardan bo'yoq olish imkoniyatini o'rganish .....	214
Mamajonova R.T. Issiqlik bilan ishlov berish natijasida polikaproamidning amorf fazadagi transformatsiyasini tekshirish	216
Yigitaliyev D.T. Organik chiqindilardan kompost tayyorlash .....	218
Tojimatova M. Yo. Dolomitdan magniy birikmalarini olishni o'rganish .....	221
Убайдуллаев М.М., Фаргона водийсида дефолиациянинг самарадорлигини аниқлаш .....	224
Saydaliyev O.T. H <sub>2</sub> S va CO <sub>2</sub> ni turli azot va amin saqlagan organik birikmalar bilan o'zaro ta'sirlanishini tadqiq qilish .....	227
Abdug'aniyev N.N. Pnevmpulsatsiya aeratorlarini hisoblash usuli .....	229
Bazarov A.A. Farg'ona hududining geologik tuzilishini o'rganilganlik darajasi bo'yicha ayrim mulohazalar .....	233
Xolmirzayev Y M. Sintetik suyuq yonigini ishlab chiqarish va uning tabiatga ta'siri .....	236
Alieva.F.A. Alkogolsiz ichimliklarni kimyoviy tarkibi asosida qalbaki ichimliklardan farqlash usuli .....	239
Рахмонов О.К., Хакимов У.Б. Маҳаллий селектив адсорбентлардан фойдаланган ҳолда парафинларни ультратовуш билан тозалаш технологиясини такомиллаштириш .....	243
Камилов А.А. Чор Россияси ҳуқуқонлиги даврида Ўрта Осиёдаги ўтроқ ва кўчманчи турмуш .....	246
Олтмишева Н.Г., Тожибоев У.У. Туркистонда мустамлака аграр сиёсати (1870-1900 йиллар) .....	249
Эргашев У.А., Умурзақов А.М. Динлараро бағрикенглик ғоясининг ҳуқуқий-ахлоқий асослари .....	251
Yakubov V.G'. Yuridik shaxslarning mol-mulkiga solinadigan soliqni hisoblash va to'lash masalalari .....	253
Fozilov H.R. O'zbekiston milliy statistika tizimini takomillashtirish masalalari .....	257
Sobirov M.M. Texnika oliy ta'lim tashkilotlari talabalarining axborot kompetentligini shakllantirishning pedagogik shart-sharoitlari .....	260
Михеева А.И. Таълим жараёнидаги тарбиянинг долзарб муаммолари .....	263
Hamdamova S.O. Gender transformativ ta'lim .....	267
Юлчиев И.И. Олий таълим тизимида маъруза машғулотларининг ўрни ва мазмуни .....	269
Нишонов Д.Ж. Лотин тилида “Префиксация клиник атамаларни шакллантириш усули сифатида” .....	272
Mamadova F.M. Oliy ta'lim muassasalarida bo'lajak jismoniy madaniyat mutaxasislarining pedagogik madaniyati va kompetensiyasini takomillashtirishning o'ziga xosligi .....	276
Jo'rayeva M.T. Lotin tilida suffikslarning klinik atamalar yasalishidagi ishtiroki .....	278
Mo'minova O.K. Lotin tilisiz tibbiyotga yo'l yo'q .....	283
Basharova G.G. Rus tili darslarida faol o'qitish shakllaridan foydalanish .....	286
Abdullaeva M.X. "2+2" qo'shma dastur asosida ta'lim olayotgan texnika yonalishi talabalariga rus tilini o'rgatishning asosiy usullari .....	289
Мадумаров Р.А. Танбех-тарбия усули .....	292
Муаллифлар диққатига ! .....	296

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРО -ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ С ЗАДАНЫМИ ЯДРАМИ

Ш.И. Жураев<sup>1</sup>, У.Ш. Жураев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Преподаватель Бухарского государственного университета, Узбекистан  
<sup>2</sup>Ферганский политехнический институт, г. Фергана, ул. Ферганская 86, Узбекистан  
 (Получена 15.11.2022 г.)

Мақолада эластик масала кўриб чиқилган ва унинг аналитик ечими келтирилган. Полином коэффициентли чизиқли дифференциал тенглама 2-тур Вольтерр типидagi эквивалент интеграл тенгламага ядролари билан мос келиши ва кўрсаткичларни олдиндан белгилаш мумкинлиги тўғрисидаги теорема исботланган. Мисол тариқасида Бессел тенгламаси келтирилган.

**Калит сўзлар:** дифференциал тенглама, коэффициент, тасвир, интеграл тенглама, Бессел тенгламаси.

An elastic problem is considered and its analytical solution is constructed. Was proved the theorem that a linear differential equation with polynomial coefficients corresponds to an equivalent Voltaire type integral equation of the 2nd kind with degenerate kernels containing only power and exponential functions, and the exponents can be specified in advance. As an example, the Bessel equation is given.

**Keywords:** differential equation, polynomial coefficient, images, integral equation, Bessel equation.

Рассматривается упругая задач и строится ее аналитическое решение. Доказана теорема, что линейному дифференциальному уравнению с полиномиальными коэффициентами соответствует эквивалентное интегральное уравнение типа Вольтерра 2-го рода с вырожденными ядрами, содержащими только степенные и экспоненциальные функции, причем показатели экспонент могут задаваться заранее. В качестве примера приводится уравнение Бесселя.

**Ключевые слова:** дифференциальное уравнение, полиномиальной коэффициент, изображение, интегральное уравнение, уравнение Бесселя.

Рассматривается упругая задач для тела с модулями упругости  $G', K'$  и строится ее аналитическое решение. В этом решении напряжения, деформации, перемещения, объемные силы и граничные функции заменяются их изображениями, а модули упругости - преобразованными функциями материала. Затем применяют обратное преобразование Лапласа и находят решение задачи, где отсутствует условие однородности. Интегральные операторы зависят от координат, поэтому нельзя применять метод разделения переменных. Преобразования Лапласа нельзя применять для решения задач с переменными коэффициентами.

Основные соотношения теории вязко упругости имеют вид [1,2,3]

$$\begin{aligned} \vec{S}_{jk}^* &= 2G[1-r^*]e_{jk}^* ; \\ \sigma^* &= K'\Theta^* ; \\ S_{jk}^* &= 2G'e_{jk}^* ; G' = G[1-r^*] . \end{aligned}$$

Рассмотрим вспомогательную задачу, которая применяется для решения задач вязко упругости. Пусть дано линейное дифференциальное уравнение

$$P_n(t)y^n + P_{n-1}(t)y^{n-1} + \dots + P_1(t)y' + P_0(t)y = f(t) , \quad (1)$$

где  $P_n(t), P_{n-1}(t), \dots, P_0(t)$  - полиномы степени не выше  $m$ ,  $f(t)$  - некоторая кусочно-непрерывная функция.

По теореме дифференцирования изображения [4,5]

$$t^m y(t) \leftarrow \dots \leftarrow (-1)^m p \frac{d^m}{dp^m} \left[ \frac{Y(p)}{p} \right] . \quad (2)$$

Причем  $J(p) \rightarrow \dots \rightarrow y(t)$ , и после операционного преобразования уравнению (1) соответствует линейное дифференциальное уравнение  $m$  - го порядка

$$R(p)p \frac{d^m Y}{dp^m p} + R_{m-1}(p)p \frac{d^{m-1} Y}{dp^{m-1} p} + \dots + R_1(p)p \frac{d Y}{dp p} + R_0(p)Y = F(p), \quad (3)$$

где  $R_m(p), R_{m-1}(p), \dots, R_0(p)$  - полиномы степени не выше  $n$  ( $\leq n$ ),  $F(t)$  - функция, содержащая начальные значения и изображение правой части уравнения (1).

Пусть, например,  $R_k(p)$  - полином степени  $n$ , т.е. степени не меньшей, чем степени остальных полиномов  $R_m(p), \dots, R_{k+1}(p), R_{k-1}, \dots, R_0(p)$ . Тогда в развитии (1) имеет место следующая теорема.

*Теорема.* Линейному дифференциальному уравнению с полиномиальными коэффициентами соответствует эквивалентное ему интегральное уравнение Вольтерра 2-го рода с вырожденными ядрами, содержащими только степенные или степенные и экспоненциальные функции, причем показатели экспонент могут задаваться заранее.

*Доказательство.* Пусть полином  $R_k(p)$  записывается как

$$R_k(p) = a_n^{(k)} p^n + a_{n-1}^{(k)} p^{n-1} + \dots + a_1^{(k)} p + a_0^{(k)}. \quad (4)$$

Представим (4) в виде

$$R_k(p) = a_n^{(k)} p^n + Q_k(p), \quad (5)$$

где  $Q_k(p)$  - полином степени не выше  $(n-1) \leq n-1$ . Тогда из (3) получаем

$$\begin{aligned} a_n^{(k)} p \frac{d^k Y}{dp^k p} &= \frac{F(p)}{p^n} - \frac{R_0(p)}{p^n} Y - \dots - \frac{R_{k-1}(p)}{p^n} p \frac{d^{k-1} Y}{dp^{k-1} p} - \\ &- \frac{Q_k(p)}{p^n} p \frac{d^k Y}{dp^k p} - \frac{R_{k+1}(p)}{p^n} p \frac{d^{k+1} Y}{dp^{k+1} p} - \dots - \frac{R_m(p)}{p^n} p \frac{d^m Y}{dp^m p} \end{aligned} \quad (6)$$

Поскольку  $n$  высшая степень показателя, то после почленного деления числителей дробей на  $p^n$ , соотношение (6) переписывается как

$$a_n^{(k)} p \frac{d^k Y}{dp^k p} = \frac{F(p)}{p^n} - \sum_{r=0}^m \sum_{s=0}^n \frac{b_{rs}}{p^r} p \frac{d^s Y}{dp^s p}. \quad (7)$$

Найдем оригиналы отдельных членов соотношения (7). Изображение первого члена правой части (7) находится обычными способами. Пусть

$$\frac{F(p)}{p^n} \xrightarrow{\cdot} \psi(t). \quad (8)$$

Для членов под знаками суммирования, очевидно, будет

$$\begin{aligned} \frac{b_{rs}}{p^r} p \frac{d^s Y}{dp^s p} &= \frac{1}{p} \frac{b_{rs}}{p^{r-1}} p \frac{d^s Y}{dp^s p} \xrightarrow{\cdot} (-1)^s \frac{b_{rs}}{(r-s)!} \int_0^t (t-\tau)^{r-1} \tau^s y(\tau) d\tau, \quad (9) \\ b_{os} p \frac{d^s Y}{dp^s p} &\xrightarrow{\cdot} (-1)^s b_{os} t^s y(t), \quad r = 1, 2, \dots, m; s = 0, 1, \dots, n \end{aligned}$$

Значит, исходному дифференциальному уравнению (1) соответствует эквивалентное интегральное уравнение

$$\begin{aligned} \left[ (-1)^k a_n^{(k)} t^k + \sum_{s=0}^m (-1)^s b_{os} t^s \right] y(t) &= \Psi(t) - \\ &- \sum_{r=0}^m \sum_{s=0}^n (-1)^s \frac{b_{rs}}{(r-s)!} \int_0^t (t-\tau)^{r-1} \tau^s y(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (10)$$

Представим теперь (4) в виде

$$R_k(p) = a_n^{(k)} (p-p_1)^{V_1} (p-p_2)^{V_2} \dots (p-p_N)^{V_N} + M_k(p), \quad (11)$$

где  $V_1, V_2, \dots, V_N$  - целые числа, такие, что  $V_1 + V_2 + \dots + V_N = n$ ;  $T_k(p)$  - остаточный полином степени не более  $n-1$ ;  $p_1, p_2, \dots, p_N$  - желаемые показатели экспонент в ядрах. Тогда из (3)

$$\begin{aligned}
 a_n^{(k)} p \frac{d^k Y}{dp^k} \frac{Y}{p} &= \frac{F(p)}{\prod_{i=1}^N (p - p_i)^{v_i}} - \frac{R_0(p)}{\prod_{i=1}^N (p - p_i)^{v_i}} - \dots - \\
 &- \frac{R_{k-1}(p)}{\prod_{i=1}^N (p - p_i)^{v_i}} p \frac{d^{k-1} Y}{dp^{k-1}} \frac{Y}{p} - \frac{T_k(p)}{\prod_{i=1}^N (p - p_i)^{v_i}} p \frac{d^k Y}{dp^k} \frac{Y}{p} - \\
 &- \frac{R_{k+1}(p)}{\prod_{i=1}^N (p - p_i)^{v_i}} p \frac{d^{k+1} Y}{dp^{k+1}} \frac{Y}{p} - \dots - \frac{R_m(p)}{\prod_{i=1}^N (p - p_i)^{v_i}} p \frac{d^m Y}{dp^m} \frac{Y}{p}
 \end{aligned} \tag{12}$$

Разлагая далее отношения полиномов на простые дроби, переписываем (12) как

$$\begin{aligned}
 a_n^{(k)} p \frac{d^k Y}{dp^k} \frac{Y}{p} &= \frac{F(p)}{\prod_{i=1}^N (p - p_i)^{v_i}} - \sum_{n=1}^m \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^{v_r} \frac{C_{rs\lambda}}{(p - p_r)^s} p \frac{d^\lambda Y}{dp^\lambda} \frac{Y}{p} - \\
 &- \sum_{\lambda=0}^m C_\lambda p \frac{d^\lambda Y}{dp^\lambda} \frac{Y}{p}
 \end{aligned} \tag{13}$$

Изображение первого члена правой части (13) находится обычными способами. Пусть

$$\frac{F(p)}{\prod_{i=1}^N (p - p_i)^{v_i}} \xrightarrow{\cdot} \varphi(t)$$

Для членов под знаками суммирования, очевидно, будет

$$\frac{1}{p} \frac{C_{rs\lambda}}{(p - p_r)^s} p \frac{d^\lambda Y}{dp^\lambda} \xrightarrow{\cdot} \frac{C_{rs\lambda}}{(s-1)!} \int_0^t (t-\tau)^{s-1} e^{p_r(t-\tau)} \tau^\lambda y(\tau) d\tau \tag{15}$$

Значит, исходному дифференциальному уравнению (I) соответствует эквивалентное ему интегральное уравнение

$$\begin{aligned}
 \left[ a_n^{(k)} (-1)t^k + \sum_{\lambda=0}^m C_\lambda (-1)^\lambda t^\lambda \right] y(t) &= \varphi(t) - \\
 \sum_{\lambda=1}^m \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^{v_r} \frac{C_{rs\lambda}}{(s-1)!} \int_0^t (t-\tau)^{s-1} &e^{p_r(t-\tau)} \tau^\lambda y(\tau) d\tau
 \end{aligned} \tag{16}$$

что и требовалось доказать.

Очевидно, в качестве величин  $P_1, P_2, \dots, P_N$  могут быть взяты корни полинома  $R_k(p)$ . Тогда  $Q_k(p) = 0$ . Если же величины  $P_1, P_2, \dots, P_N$  - комплексные, попарно сопряженные, то ядро будет содержать гармонические функции заданного периода. Нулевые корни не вносят принципиальных трудностей. Наличие вполне определенных функций под знаками интеграла интересно для итерационных и вычислительных процессов [6,7].

*Пример.* Уравнение Бесселя

$$t^2 \ddot{y} + t \dot{y} + (t^2 - n^2) y = 0. \tag{17}$$

После операционного преобразования, имеем

$$(1 - n^2)F(p) + 3p \frac{dF(p)}{dp} + (p^2 + 1) \frac{d^2 F(p)}{dp^2},$$

где

$$F(t) = \frac{Y(p)}{p}, \quad Y(p) \xrightarrow{\cdot} y(t)$$

Отсюда

$$\frac{d^2 F(p)}{dp^2} = -\frac{3p}{p^2 + 1} \frac{dF}{dp} + \frac{n^2 - 1}{p^2 + 1} F(p),$$

и, находя оригиналы отдельных членов, получаем интегральное уравнение

$$t^2 y(t) = 3 \int_0^t \tau y(\tau) \cos(t - \tau) d\tau + (n^2 - 1) \int_0^t y(\tau) \sin(t - \tau) d\tau. \quad (18)$$

Заметим, что все выше приведенные выкладки можно применить и к нелинейным дифференциальным уравнениям, например, к уравнению Дюффинга

$$m \ddot{x} + k \dot{x} + (x + \alpha x^3) = f(t). \quad (19)$$

Действительно, делая преобразование Лапласа, получаем из (19)

$$(mp^2 X - p^2 x_0 - p \dot{x}_0) + h(pX - px_0) + kx + k\alpha Z \{x^3\} = F(P), \quad (20)$$

где  $X(P) \longrightarrow x(t)$ ,  $F(P) \longrightarrow f(t)$ ,  $Z \{x^3\} \longrightarrow x^3$ .

Мыслимы два варианта:

1) делим обе части (20) на  $p^2$ , что после обратного преобразование дает (см. также (3))

$$x(t) = x_0 + \dot{x}_0 t + \frac{h}{m} \int_0^t [x_0 - x(\tau)] d\tau - \frac{k}{m} \int_0^t (t - \tau) [x(\tau) + \alpha x^3(\tau)] d\tau + \frac{1}{m} \int_0^t (t - \tau) f(\tau) d\tau \quad ; \quad (21)$$

2) перепишем (20) в виде

$$X(P) = \frac{mp^2 x_0 + (m \dot{x}_0 + hx_0)p}{mp^2 + hp + k} - \frac{k\alpha}{mp^2 + hp + k} Z \{x^3\} + \frac{F(P)}{mp^2 + hp + k} \quad (22)$$

Теперь после обратного преобразования получим интегральное уравнение с вырожденным ядром, содержащим экспоненты от собственных чисел линейной части исходного дифференциального уравнения. Нетрудно видеть, что если поделить обе части (20) на соответствующий полином 4-го порядка по  $P$ , то можно получить в интегральном уравнении ядра с желаемыми показателями экспонент [8,9].

Общее определяющее уравнение нелинейной вязко упругости, следуя идее Фреше, Вольтерра предложил записать в следующем виде

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t J_1(t - \tau_1) d\sigma(\tau_1) + \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^t J_2(t - \tau_1, t - \tau_2) d\sigma(\tau_1) d\sigma(\tau_2) + \dots \quad (23)$$

Эта идея была забыта на протяжении полувека, и лишь в 60-х годах ею стали пользоваться для интеграции опытных данных. Авторы удерживали в формальном ряде (23) лишь два члена и описывали поведение материала с помощью двух ядер  $J_1(x)$  и  $J_3(x, y, z)$ , так называемая кубическая нелинейная теория вязко упругости. Если увеличивать число членов в разложении (23), расчётные трудности резко возрастают. Используют упрощенный вариант теории.

Нелинейная модель А. Н. Работнова:

$$\varphi[\varepsilon(t)] = \sigma(t) + \int_{-\infty}^t \kappa(t - \tau) \sigma(\tau) d\tau. \quad (24)$$

Уравнение (2) является частным случаем уравнения (24). Справедлива гипотеза: изохронные кривые  $\sigma - \varepsilon$ ,  $t$  подобны. Пусть все функции ползучести в (23) имеют одну структуру, т. е.

$$J_k(t - \tau_1, \dots, t - \tau_k) = a_k \prod_{m=1}^k J_0(t - \tau_m).$$

Положим теперь

$$S(t) = \int_{-\infty}^t J_0(t - \tau) d\sigma(\tau) = (1 + K)\sigma$$

где  $K$  - оператор, тогда имеем формальный ряд, который определяет  $\varepsilon$  как функцию  $S$ .



Предположив возможности ее обращения, запишем

$$S = \varphi(\varepsilon) \text{ или } \varphi[\varepsilon(t)] = (1 + K)\sigma = \sigma(t) + \int_{-\infty}^t \kappa(t - \tau)\sigma(\tau)d\tau,$$

$$\varepsilon(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left[ \sigma(t) + \int_{-\infty}^t \kappa(t - \tau)\sigma(\tau)d\tau \right]^k.$$

В случае подобия кривых ползучести, уравнения нелинейной последовательности могут быть представлены в форме Лидермана-Розовского [10,11]

$$\varepsilon(t) = \phi(\sigma) + \int_0^t \kappa(t - \tau)F[\sigma(\tau)]d\tau.$$

*Вариант нелинейной теории, учитывающий зависимость механических характеристик от величины гидростатического давления.* Эти зависимости не учитываются классическими моделями, в которых разделяются соотношения между девятёрными величинами и соотношения между первыми инвариантами напряжений и деформаций.

Модель В. В. Москвитина:

$$\varphi_1(\varepsilon_u, \theta)e_{ij} = f_1(\sigma_u, \sigma)S_{ij} + \int_0^t \kappa(t - \tau)f_1(\sigma_u, \sigma)S_{ij}d\tau \quad (25)$$

$$\varphi_2(\theta, \varepsilon_u)K_0\theta = f_2(\sigma, \sigma_u)\sigma + \int_0^t \kappa_1(t - \tau)f_2(\sigma, \sigma_u)\sigma(\tau)d\tau.$$

Здесь  $\sigma_u$  - интенсивность напряжений;  $K_0$  - объемный модуль

$$\sigma_u = \left( \frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} \right)^{1/2}, \quad \sigma_u = \sqrt{3}T, \quad \varepsilon_u = \frac{\Gamma}{\sqrt{3}},$$

$\varepsilon_u$  - интенсивность деформаций.

Если  $r_1(t)$  - результат, соответствующий ядру ползучести  $\kappa(t)$  и  $\kappa_1(t)$ , то из (4) получаем:

$$f_1(\sigma_u, \sigma)S_{ij} = \varphi_1(\varepsilon_u, \theta)e_{ij} - \int_0^t r(t - \tau)\varphi_1(\varepsilon_u, \theta)e_{ij}(\tau)d\tau.$$

Предполагается, что функции  $f_1, \phi_1$  и  $f_2, \phi_2$  являются универсальными, не зависящими от вида напряженного состояния. Эти функции и ядра определяют из опытов на ползучесть и релаксацию.

#### Список литературы

- [1]. В.В. Карамышкин. Переход от линейного дифференциального уравнения с полиномиальными коэффициентами к интегральному уравнению при помощи операционного исчисления. ПММ, 1976, т.12, вып.4. С.553-554,
- [2]. С.П. Тимошенко. Колебания в инженерном деле. М., Физматгиз, 1959. -372 с.
- [3]. Скучик Е. Простые и сложные колебательные системы. М.: Мир, 1971 г. - 297 с.
- [4]. Andreev L.V., Dyshko A.L., Pavlenko I.D. Dynamics of Plates and Shells with Concentrated Masses Moscow, 1988, 200 p. (In Russian).
- [5]. Sivak V.F., Sivak V.V. Experimental Investigation into the Vibrations of Shells of Revolution with Added. International Applied Mechanics. 2002, vol. 38, no.5, pp. 623-627 . DOI: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1019770206949>.
- [6]. Amabill M. Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates. Now York, USA, Cambridge university press, 2008, 392 p.
- [7]. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Axmedov M.Sh. Setting the Linear Oscillations of Structural Heterogeneity Viscoelastic Lamellar Systems with Point Relations// Applied Mathematics, 2015, Vol.6. pp. 228-234.
- [8]. Сафаров И.И., Тешаев М.Кх., Маджидов М. Демпфирование колебаний механических систем. LAP LAMBERT Akademik Publishing. 2014. 97 с.
- [9]. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация. М.: Высшая школа, 1976 г.- 277 с.
- [10]. Сафаров И.И. Колебания и волны в диссипативно неоднородных средах и конструкциях. Ташкент: Фан, 1992. -252 с.