PEDAGOGIK AKMEOLOGIYA

xalqaro ilmiy-metodik jurnal

MS
2022

E-ISSN 2181-379-5
9 772181 379008

ISSN 2181-3787
9 772181 378001

ISSN 2181-3787
E-ISSN 2181-3795

“PEDAGOGIK AKMEOLOGIYA”
xalqaro ilmiy-metodik jurnal

«ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ АКМЕОЛОГИЯ»
международный научно-методический журнал

“PEDAGOGICAL ACMEOLOGY”
international scientific-methodical journal

maxsus son
2022

Jurnal haqida
"Pedagogik akmeologiya" xalqaro ilmiy-metodik jurnali

"Pedagogik akmeologiya" xalqaro ilmiy-metodik jurnaliga taqdim etilgan ilmiy maqolalarga qo‘yiladigan asosiy talablar falsafa doktori (PhD), fan doktori (DSc) dissertatsiyalarining asosiy ilmiy natijalarini xalqaro standartlar va O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzurida Oliy attestatsiya komissiyasi to‘g'risidagi Nizom” talablari, shu jumladan elektron ilmiy-texnik jurnallarga qo‘yiladigan talablar tizimi hisoblanadi.

«Педагогическая акмеология» международный научно-методический журнал

Основные требования к научным статьям, представляемым в международном научно-методическом журнале «*Педагогическая акмеология*» являются научные труды, рекомендованные для публикации основных научных результатов докторских (PhD), (DSc) диссертаций в соответствии с международными стандартами и «Положением о Высшей аттестационной комиссии» при Кабинете Министров Республики Узбекистан, в частности требования к электронным научно-техническим журналам.

About the magazine
"Pedagogical akmeology" international scientific-metodical journal

The main requirements for scientific articles submitted to the international scientific-metodical journal "Pedagogical akmeology" are scientific publications recommended for the publication of the main scientific results of doctoral (PhD), (DSc) dissertations in accordance with international standards and the “Regulation on the Higher Attestation Commission” Under the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan, including from templates in the system of requirements for electronic scientific and technical journals.

Muassislar: "Sadriddin Salim Buxoriy" MCHJ "Durdona" nashriyoti,
Buxoro davlat pedagogika instituti

Tahririyat manzili: O'zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko'chasi, 11-uy

Web-sayt: www.paresearchjournal.uz

MUNDARIJA

Rasulov To‘lqin Husenovich
Matematik analiz kafedrasi professori, Buxoro davlat universiteti
https://orcid.org/ 0000-0002-2868-4390

ISHORASI ANIQLANMAGAN ICHKI KO‘PAYTMALAR HAQIDA AYRIM MULOHAZALAR

Annotatsiya. *Ushbu maqolada ishorasi aniqlangan va aniqlanmagan ichki ko‘paytmalar qiyosiy tahlil qilinib, turli fazolarda misollar keltiriladi hamda ular orasida bog‘lanish o‘rganiladi. Musbat, neytral va manfiy fazo kabi tushunchalar keltiriladi. Ichki ko‘paytmali fazolar va unda aniqlangan chiziqli operatorlarning o‘rganilish tarixi bayon qilingan. Bundan tashqari, $\mathfrak{J}$ - musbat tipli xos qiymat, $\mathfrak{J}$ - musbat tipli xos vektor va $\mathfrak{J}$ - musbat tipli spektral nuqta kabi tushunchalar haqida ma’lumotlar berilgan.*

Kalit so‘zlar: *ichki ko‘paytma, musbat, manfiy va neytral element, Yevklid fazosi, Kreyn fazosi, $\mathfrak{J}$ - musbat tipli xos qiymat, $\mathfrak{J}$ - musbat tipli xos vector, $\mathfrak{J}$ - musbat tipli spektral nuqta.*

НЕКОТОРЫЕ РАССУЖДЕНИЯ О ВНУТРЕННИХ УМНОЖЕНИЯХ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ ЗНАКОМ

Расулов Тулкин Хусенович
Профессор кафедры Математического анализа, Бухарский государственный университет

Аннотация. *В данной статье сравниваются знако-определенные и неопределенные внутренние умножения, приводятся примеры в разных пространствах и изучается связь между ними. Вводятся такие понятия, как позитивное, нейтральное и негативное пространство. Описывается история изучения пространства с внутренних умножений неопределенным знаком и определяемых в них линейных операторов. Кроме того, дана информация о таких понятиях, как $\mathfrak{J}$ - положительное собственное значение, $\mathfrak{J}$ - положительный собственный вектор и $\mathfrak{J}$ - положительная точка спектра.*

Ключевые слова: *внутренний умножения, положительный, отрицательный и нейтральный элемент, евклидово пространство, пространство Крейна, $\mathfrak{J}$ - положительное собственное значение, $\mathfrak{J}$ - положительный собственный вектор, $\mathfrak{J}$ - положительная точка спектра.*

SOME DISCUSSIONS ON INDEFINITE INNER PRODUCT

Rasulov Tulkin Husenovich
Professor, Department of Mathematical Analysis, Bukhara State University

Annotation. *In this paper, definite and undefined inner products are compared, examples are given in different spaces, and the connection between them is studied. Concepts such as positive, neutral and negative space are introduced. The history of the study of inner product spaces and linear operators defined in it is described. In addition, the information about the $\mathfrak{J}$ - type positive eigenvalue, $\mathfrak{J}$ - type positive eigenvector and $\mathfrak{J}$ - type positive spectral point.*

Key words: *inner product, positive, negative and neutral element, Euclidean space, Krein space, $\mathfrak{J}$ - type positive eigenvalue, $\mathfrak{J}$ - type positive eigenvector, $\mathfrak{J}$ - type positive spectral point.*

KIRISH

Bizga yaxshi ma‘lumki, umumta‘lim maktablarida 8-sinf “Geometriya” fanini o‘qitishda vektorlar va ularning skalyar ko‘paytmasiga ta’rif beriladi. So‘ngra yuqori sinflarda, akademik litsey, kasb-hunar kollejlarida skalyar ko‘paytma bilan bog‘liq ko‘plab tushunchalar o‘rgatiladi. Oliy ta’lim muassasalarida esa matematika ta’lim yo‘nalishi talabalariga dastlab chiziqli algebra va analitik geometriyada n ta haqiqiy yoki komleks koordinataga ega vektorlar skalyar ko‘paytmasi bilan bog‘liq tushunchalar kiritiladi. Bunda asosan R^n va C^n fazolar qaraladi hamda skalyar ko‘paytma quyidagicha kiritiladi:

1. R^n fazoda ixtiyoriy $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in R^n$ elementlar uchun skalyar ko‘paytma

$$(x, y) = \sum_{k=1}^{n} x_k y_k$$

tenglik orqali aniqlanadi.

2. C^n fazoda ixtiyoriy $z = (z_1, z_2, \dots, z_n), w = (w_1, w_2, \dots, w_n) \in C^n$ elementlar uchun skalyar ko‘paytma

$$(z, w) = \sum_{k=1}^{n} z_k \overline{w_k}$$

tenglik orqali aniqlanadi, bunda $\overline{w_k}$ orqali w_k ga qo‘shma son belgilangan.

Oliy ta’lim muassasalarining “Matematika” va “Amaliy matematika va informatika” ta’lim yo‘nalishlarida “Funksional analiz” fani o‘qitiladi. Bu fanning vektor fazolar bo‘limini o‘qitishda asosan cheksiz o‘lchamli chiziqli fazolar va ularda kiritilgan norma hamda skalyar ko‘paytmalar muhim o‘rin tutadi. Mazkur holda chiziqli fazo elementlari sanoqlita koordinataga ega vektorlar, uzluksiz funksiyalar, $[a, b]$ kesmada aniqlangan uzluksiz funksiyalar, $[a, b]$ kesmada aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalar, $[a, b]$ kesmada aniqlangan chekli variatsiyaga ega funksiyalar bo‘lishi mumkin. Shu sababli quyida biz skalyar ko‘paytmaning umumiy tarifini keltiramiz [1].

Bizga L haqiqiy chiziqli fazo berilgan bo‘lsin. Agar $L \times L$ dekart ko‘paytmada aniqlangan p funksional quyidagi:

1) $p(x, x) \geq 0, \forall x \epsilon L;\ p(x, x) = 0 \leftrightarrow x = \theta;$
2) $p(x, y) = p(y, x), \forall x, y \epsilon L;$
3) $p(\alpha x, y) = \alpha p(x, y), \forall \alpha \epsilon R, \forall x, y \epsilon L;$
4) $p(x + y, z) = p(x, z) + p(y, z), \forall x, y, z \epsilon L$

shartlarni qanoatlantirsa, u holda p ga L chiziqli fazoda aniqlangan skalyar ko‘paytma yoki ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytma deyiladi. x va y elementlarning skalyar ko‘paytmasi (x, y) kabi belgilanadi. Skalyar ko‘paytma kiritilgan chiziqli fazoga Yevklid fazosi deyiladi.

Agar L chiziqli fazoda aniqlangan p funksional uchun skalyar ko‘paytma shartlaridan faqat birinchisi bajarilmasa, p ga L dagi ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytma deyiladi. Ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytma kiritilgan L chiziqli fazoga ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmali fazo deyiladi. x va y elementlarning ichki ko‘paytmasi odatda $[x, y]$ kabi belgilanadi. Ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmalar bilan bog‘liq ma’lumotlarni [2] adabiyotdan topish mumkin. Bu tushuncha Funksional analiz fani dasturiga kiritilmagan bo‘lsada skalyar ko‘paytma ta’rifidagi 1)-aksioma bajarilmaydigan ko‘plab misollar uchrab turadi. Bunday misollarni tahlil qilishda talabalarga ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmalar tushunchasining zamonaviy matematikada tutgan o‘rni, qo‘llanilish sohalari haqida yangi ma’lumotlar berilsa, ularda matematikaning bu tushunchasini yanada chuqurroq o‘rganish istagi paydo bo‘ladi.

ASOSIY QISM

O‘quvchiga qulaylik uchun ayrim ma’lumotlarni keltiramiz.

Ta’rifga ko‘ra, ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmali fazo haqiqiy yoki kompleks vektor fazosi bo‘lib, unda simmetrik (kompleks holda: ermit) bichiziqli formaga mos kvadrat forma ham musbat, ham manfiy qiymatlarni qabul qila oladi. Bu tushuncha dastlab 1942-1943 yillarda Dirak va Paulining kvant maydon nazariyasiga oid ishlarida ishlatilgan. Keyinchalik 1944 yilda Pontryagin ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmali fazoni matematik nuqtai nazardan tadqiq qilgan. Biroq u Dirak va Paulining tadqiqotlaridan bexabar bo‘lgan. So‘nggi yillarda Dirak va Paulining ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmali fazo tushunchasi va uning elementar xossalarini maydonlar nazariyasiga qo‘llashga oid urinishlarini ko‘plab olimlar davom ettirganlar. Bundan tashqari, Pontryaginning ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmali fazolar geometriyasi va ularda aniqlangan chiziqli operatorlarning spektral nazariyasiga oid ishlari 1956 va 1962 yillar oralig'ida M.G.Kreyn, I.S.Iohvidov, H.Langer kabi olimlar tomonidan rivojlantirilgan. Yuqoridagi natijalar bilan J.Bognarning [2] monografiyasi hamda T.Ya.Azizov va I.S.Iohvidovlarning [3] monografiyasi orqali tanishish mumkin.

Quyidagi misollar ishorasi aniqlangan va aniqlanmagan ichki ko'paytmalar orasidagi farqni tadqiq qilish imkonini beradi.

1-misol: $L = R^2$ haqiqiy chiziqli fazoda aniqlangan $p(x,y) = x_1y_1 + x_2y_2$ funksional ishorasi aniqlangan ichki ko'paytma bo'ladimi?

Yechish: Ixtiyoriy $x, y \epsilon L$ elementlarni olamiz, bunda $x = (x_1, x_2)$, $y = (y_1, y_2)$ va $z = (z_1, z_2)$ hamda skalyar ko'paytma shartlarini tekshiramiz.

1. $p(x,x) = x_1x_1 + x_2x_2 = x_1^2 + x_2^2 \geq 0$;
$p(x,x) = x_1^2 + x_2^2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow x = \theta.$

Demak, $p(x,x) = 0 \Rightarrow x = \theta$ ekan. Aksincha, $x = \theta$ ekanligidan $p(x,x) = 0$ tenglikning bajarilish oson kelib chiqadi.

2. $p(x,y) = x_1y_1 + x_2y_2 = y_1x_1 + y_2x_2 = p(y,x)$;

3. α haqiqiy soni uchun $p(\alpha x, y) = (\alpha x_1)y_1 + (\alpha x_2)y_2 = \alpha x_1y_1 + \alpha x_2y_2 = \alpha(x_1y_1 + x_2y_2) = \alpha p(x,y)$ tenglik o'rinlidir;

4. $p(x + y, z) = (x_1 + y_1)z_1 + (x_2 + y_2)z_2 = x_1z_1 + y_1z_1 + x_2z_2 + y_2z_2 =$
$= (x_1z_1 + x_2z_2) + (y_1z_1 + y_2z_2) = p(x,z) + p(y,z).$

Shunday qilib, $p(x,y) = x_1y_1 + x_2y_2$ funksional skalyar ko'paytmaning barcha shartlarini qanoatlantirar ekan. Demak, R^2 chiziqli fazo $p(x,y)$ skalyar ko'paytma bilan birgalikda Yevklid fazoni tashkil qiladi.

Endi ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmaga misol keltiramiz.

2-misol: $L = R^2$ fazoda aniqlangan $[x,y] = x_1y_1 - x_2y_2$ funksional ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytma bo'lishini ko'rsating.

Yechish: Ta'rifdagi 2) - 4) aksiomalarning bajarilishi xuddi 1) - misoldagi kabi tekshiriladi. Bu yerda biz asosan skalyar ko'paytmaning 1)-aksiomasi bajarilmasligini asoslaymiz. Buning uchun $x_0 = (1,2) \in R^2$ elementni olib, $[x_0, x_0]$ ni hisoblaymiz:

$$[x_0, x_0] = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = -3 < 0.$$

$y_0 = (1,1) \neq 0$ element uchun $[y_0, y_0]$ ni hisoblaymiz:

$$[y_0, y_0] = 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 0.$$

$z_0 = (2,1)$ element uchun $[z_0, z_0]$ ni hisoblaymiz:
$[z_0, z_0] = 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 3 > 0.$

Shunday qilib, skalyar ko'paytma 1)- aksiomasining ikkala qismi ham bajarilmas ekan.

Haqiqiy sonlardan tuzilgan va

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n^2 < \infty$$

shatni qanoatlantiruvchi ketma-ketliklar to'plamini l_2 orqali belgilaymiz.

l_2 to'plamning qurulishi yanada tushunarli bo'lishi uchun bu to'plamga tegishli bo'lgan va tegishli bo'lmagan quyidagi elementlarni qaraymiz:

1) $x = \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots\right) \in l_2$ bo'ladi. Chunki, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ umumlashgan garmonik qator bo'lib, u yaqinlashuvchi. Bundan esa aniqlanishiga ko'ra x element l_2 to'plamga tegishli ekanligini ko'rish mumkin.

2) $y = \left(1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{4}}, \ldots, \frac{1}{\sqrt{n}}, \ldots\right) \notin l_2$. chunki, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ garmonik qator uzoqlashuvchi. Bundan esa aniqlanishiga ko'ra $y \notin l_2$ degan xulosani chiqarish mumkin.

3-misol: $L = l_2$ fazoda aniqlangan

$$[x,y] = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n y_n$$

funksional ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytma bo'lishini isbotlang.

Yechish: Ta’rifdagi 2) - 4) aksiomalarning bajarilishini yaqinlashuvchi sonli qatorlarning xossalaridan foydalanib osongina ko‘rsatish mumkin. Berilgan funksional uchun skalyar ko‘paytmaning 1)- aksiomasi bajarilmasligini ko‘rsatamiz:

$x = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots\right)$ element uchun $[x, x]$ ning qiymatini hisoblaymiz:

$$[x, x] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n} = \frac{-\frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = -\frac{1}{5} < 0.$$

$y = (1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, \dots, 0, \dots) \neq \theta$ elementni qaraylik. U holda $[y, y] = -1 + 1 - 1 + 1 = 0$.

$z = \left(0, 1, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{9}, 0, \frac{1}{27}, \dots\right)$ element uchun

$$[z, z] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9^{n-1}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{9}{8} > 0.$$

Shunday qilib, berilgan funksional uchun skalyar ko‘paytma 1)- aksiomasining ikkala qismi ham bajarilmas ekan.

Bizga ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmali L fazo berilgan bo‘lsin. Agar biror $x\epsilon L$ element uchun $[x, x] > 0$ munosabat bajarilsa, x ga musbat element deyiladi. Agar biror $y\epsilon L$ element uchun $(y, y) = 0$ munosabat bajarilsa, y ga neytral element deyiladi. Agar biror $z\epsilon L$ element uchun $(z, z) < 0$ munosabat bajarilsa, z ga manfiy element deyiladi.

2-misolda keltirilgan x_0 manfiy elementga, y_0 neytral elementga, z_0 musbat elementga misol bo‘la oladi.

Bizga ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmali L fazo berilgan bo‘lsin. L fazoning barcha musbat elementlaridan tashkil topgan fazoga musbat fazo deyiladi va L_+ kabi belgilanadi. L fazoning barcha manfiy elementlaridan tashkil topgan fazoga manfiy fazo deyiladi va L_- orqali belgilanadi. L fazoning barcha neytral elementlaridan tashkil topgan fazosiga neytral fazo deyiladi L_0 orqali belgilanadi.

2-misolda keltirilgan ichki ko‘paytma misolida musbat, neytral, manfiy fazolarni topamiz:

$$L_+ := \{x = (x_1, x_2) \in R^2 : |x_1| > |x_2|\};$$
$$L_0 := \{x = (x_1, x_2) \in R^2 : |x_1| = |x_2|\};$$
$$L_- := \{x = (x_1, x_2) \in R^2 : |x_1| < |x_2|\}.$$

Endi 1-misoldagi skalyar ko‘paytma va 2-misoldagi ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytma orasida bog‘lanish o‘rnatamiz. Buning uchun R^2 fazoda

$$\mathcal{J} := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

matritsani qaraymiz. Bu holda ixtiyoriy $x, y\epsilon R^2$ elementlar uchun $(x, y) = [x, Jy]$ bog‘lanish mavjud.

Talabalar Funksional analiz kursida asosan Yevklid fazosida aniqlangan chiziqli funksionallar va operatorlar bilan tanishadilar, xususan operatorlarning qo‘shmasini topishda skalyar ko‘paytma keng foydalaniladi. Biroq skalyar ko‘paytmaning 1)-aksiomasi bajarilmaydigan, ya‘ni ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmalar yordamida matematikaning yangi yo‘nalishi mavjudligi haqida ma’lumotga ega bo‘lmaydilar. Sababi ular haqidagi ma’lumotlar fan dasturida ko‘zda tutilmagan. Iqtidorli talabalar uchun mo‘ljallangan fan to‘garaklarda, olimpiadalarga tayyorlash kurslarida yoki Funksional analiz fanidan mustaqil ishlarni bajarishda ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmalar va ular bilan bog‘liq operatorlar spektral nazariyasi elementlari o‘rgatilsa maqsadga muvofiq bo‘lardi.

Ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmalar yordamida quyidagilarni amalga oshirish mumkin: Kreyn fazolarini qurib, ularda aniqlangan blok operatorli matritsalarning spektral xossalarini o‘rganish mumkin hamda Gilbert fazosidagi o‘z-o‘ziga qo‘shma va $\mathcal{J}$-qo‘shma operatorlarni qiyosiy tahlil qilish mumkin [4-5]. Bunda Gilbert fazosida J-qo‘shma operator Kreyn fazosida o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘ladi.

Kreyn fazolari bu ichki ko‘paytmali $(K, [\cdot,\cdot])$ fazo bo‘lib uni $K = K_+ \oplus K_-$ to‘g‘ri yig‘indi ko‘rinishida tasvirlash mumkin, bu yerda $H_1 = (K_+, [\cdot,\cdot])$ va $H_2 = (K_-, -[\cdot,\cdot])$ Hilbert fazolaridir. Agar $K = K_+ \oplus K_-$ yoyilmaga nisbatan $[\cdot,\cdot] = (\mathcal{J}\cdot,\cdot)$ deb olinsa, bunda $\mathcal{J} = \mathrm{diag}(I, -I)$, u holda K fazodagi har qanday chiziqli chegaralangan o'z- o'ziga qo'shma A operator

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} A & B \\ -B^* & D \end{pmatrix}$$

ko'rinishda tasvirlanadi, ya'ni $\mathcal{A}$ blok operatorli matritsa $\mathcal{J}$ - o'z - o'ziga qo'shma operator bo'ladi.

Quyida oliy ta'lim muassasalari talabalari uchun yana bir qator yangi tushunchalarni keltirib o'tamiz.

Faraz qilaylik, $\mathcal{A}$ blok operatorli matritsa H Hilbert fazosidagi $\mathcal{J}$ - o'z - o'ziga qo'shma operator bo'lib $[\cdot,\cdot] = (\mathcal{J}\cdot,\cdot)$ bo'lsin.

Agar $\mathcal{A}$ operatorning λ_0 xos qiymatiga mos x_0 xos vektori uchun

$$[x_0, x_0] > 0$$

munosabat bajarilsa x_0 vektor $\mathcal{J}$ - musbat tipli xos vektor deyiladi; agar λ_0 xos qiymatga mos keluvchi barcha xos vektorlar $\mathcal{J}$ - musbat tipli bo'lsa, λ_0 soni $\mathcal{J}$ - musbat tipli xos qiymat deyiladi.

Agar $\lambda_0 \in \sigma_{\mathrm{app}}(\mathcal{A}) \cap R$ nuqta uchun $\|x_0\| = 1$,

$$\lim_{n\to\infty} \|(\mathcal{A} - \lambda_0)x_n\| = 0$$

ekanligidan

$$\lim_{n\to\infty} \inf\, [x_n, x_n] > 0$$

bo'lishi kelib chiqsa, u holda λ_0 nuqtaga $\mathcal{J}$ - musbat tipli spektral nuqta deyiladi.

$\mathcal{J}$ - manfiy tipli xos vektor, xos qiymat va spektral nuqta tushunchalari ham shunga o'xshash kiritiladi.

Agar $L \subset H$ qism fazoning barcha $x \in L$, $x \neq 0$ nuqtalari uchun $[x, x] \geq 0$ munosabat bajarilsa, L ga $\mathcal{J}$ - nomanfiy qism fazo deyiladi.

Agar barcha $x \in L$, $x \neq 0$ nuqtalar uchun $[x, x] > 0$ shart bajarilsa, L ga $\mathcal{J}$ - musbat qism fazo deyiladi.

Agar barcha $x \in L$, $x \neq 0$ nuqtalar va biror $\delta > 0$ soni uchun $[x, x] \geq \delta\|x\|^2$ tengsizlik bajarilsa, L ga tekis $\mathcal{J}$ - musbat qism fazo deyiladi.

XULOSA

Maqolada ishorasi aniqlangan va ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmalar bilan bog'liq tushunchalar keltirilgan hamda ular orasidagi bog'lanishlar yoritib berilgan. Oliy ta'lim muassasalari iqtidorli talabalari uchun qiziqarli ma'lumotlar o'z aksini topgan. Umuman olganda, funksional analiz kursini o'qitish jarayonida qo'shma operatorlar, o'z - o'ziga qo'shma operatorni o'rganishda qo'shimcha ravishda $\mathcal{J}$- qo'shma va $\mathcal{J}$ - o'z - o'ziga qo'shma operatorlarning xossalarini o'rganish muhim ahamiyat kasb etadi. Mazkur ishda keltirilgan ma'lumotlar Matematika mutaxassisligi bo'yicha tehsil olayotgan magistrlarga "Operatorli matritsalarning spektral nazariyasi" fanidan egallagan bilimlarini mustahkamlashda va to'ldirishda hamda mustaqil ta'lim toshiriqlarini bajarishda o'zbek tilida yozilgan manba sifatida tavsiya etiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. J.I.Abdullayev, R.N.G'anixo'jayev, M.H.Shermatov, O.I.Egamberdiyev. Funksional analiz va integral tenglamalar. Darslik. Toshkent, El Press nashriyoti, 2013 yil.
2. J.Bognar. Indefinite inner product spaces. Springer, New York, 1974.
3. T.Y.Azizov, I.S.Iokhvidov. Linear operators in spaces with an indefinite metric. Pure and Applied Mathematics (New York). John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 1989. Translated from the 1986 Russian original.
4. C.Tretter. Spectral Theory of Block Operator Matrices and Applications. Imperial College Press, 2006.
5. Internet manba: www.buxdu.uz.