



PEDAGOGIK AKMEOLOGIYA

xalqaro ilmiy-metodik jurnal

MS
2022





ISSN 2181-3787
E-ISSN 2181-3795

“PEDAGOGIK AKMEOLOGIYA”
xalqaro ilmiy-metodik jurnal

«ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ АКМЕОЛОГИЯ»
международный научно-методический журнал

“PEDAGOGICAL ACMEOLOGY”
international scientific-methodical journal

maxsus son
2022

Jurnal haqida

"Pedagogik akmeologiya" xalqaro ilmiy-metodik jurnali

"Pedagogik akmeologiya" xalqaro ilmiy-metodik jurnaliga taqdim etilgan ilmiy maqolalarga qo'yiladigan asosiy talablar falsafa doktori (PhD), fan doktori (DSc) dissertatsiyalarining asosiy ilmiy natijalarini xalqaro standartlar va O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzurida Oliy attestatsiya komissiyasi to'g'risidagi Nizom talablari, shu jumladan elektron ilmiy-texnik jurnallarga qo'yiladigan talablar tizimi hisoblanadi.

«Педагогическая акмеология» международный научно-методический журнал

Основные требования к научным статьям, представляемым в международном научно-методическом журнале *«Педагогическая акмеология»* являются научные труды, рекомендованные для публикации основных научных результатов докторских (PhD), (DSc) диссертаций в соответствии с международными стандартами и «Положением о Высшей аттестационной комиссии» при Кабинете Министров Республики Узбекистан, в частности требования к электронным научно-техническим журналам.

About the magazine

"Pedagogical akmeology" international scientific-metodical journal

The main requirements for scientific articles submitted to the international scientific-metodical journal "Pedagogical akmeology" are scientific publications recommended for the publication of the main scientific results of doctoral (PhD), (DSc) dissertations in accordance with international standards and the "Regulation on the Higher Attestation Commission" Under the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan, including from templates in the system of requirements for electronic scientific and technical journals.

Muassislar: "Sadridin Salim Buxoriy" MCHJ "Durdona" nashriyoti,
Buxoro davlat pedagogika instituti

Tahririyat manzili: O'zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko'chasi,
11-uy

Web-sayt: www.paresearchjournal.uz

Bosh muharrir:

Daminov Mirzohid Islomovich, pedagogika fanlari nomzodi, dotsent

Bosh muharrir o'rinbosari:

Hamroyev Alijon Ro'ziqulovich, pedagogika fanlari doktori (DSc), professor

Mas'ul kotib:

Bafayev Muhiddin Muhammadovich, psixologiya fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD),
dotsent

TAHRIR HAY'ATI:

Muqimov Komil Muqimovich, O'zR FA akademigi, fizika-matematika fanlari doktori,
professor

Xamidov Obidjon Xafizovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Adizov Baxtiyor Rahmonovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Ibragimov Xolboy Ibragimovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Abdullayeva Barno Sayfiddinovna, pedagogika fanlari doktori, professor

Yanakiyeva Yelka Kirilova, pedagogika fanlari doktori, professor (N. Rilski nomidagi
Janubiy-G'arbiy Universitet, Bolgariya)

Madzigon Vasiliy Nikolayevich, akademik, pedagogika fanlari doktori, professor (Ukraina
pedagogika fanlari milliy akademiyasi, Kiyev)

Maksimenko Sergey Dmitriyevich, psixologiya fanlari doktori, professor (Ukraina
pedagogika fanlari milliy akademiyasi, Kiyev)

Chudakova Vera Petrovna, psixologiya fanlari nomzodi (Ukraina pedagogika fanlari
milliy akademiyasi, Ukraina)

Kozubsov Igor Nikolayevich, pedagogika fanlari doktori, dotsent (Kiyev, Ukraina)

Mustafa Said Arslon, filologiya fanlari doktori, professor (Turkiya)

Tadjixodjayev Zokirxo'ja Abdusattorovich, texnika fanlari doktori, professor

To'xsanov Qahramon Rahimboyevich, filologiya fanlari doktori, dotsent

Muhitdinova Xadicha Sobirovna, pedagogika fanlari doktori, professor

Niyozmetova Roza Hasanovna, pedagogika fanlari doktori, professor

O'rayeva Darmonoy Saidaxmedovna, filologiya fanlari doktori, professor

Rasulov To'liq Husenovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Hayitov Shodmon Axmadovich, tarix fanlari doktori, professor

To'rayev Halim Hojiyevich, tarix fanlari doktori, professor

Mahmudov Nosir Mahmudovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Bo'taboyev Muhammadjon To'ychiyevich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Ibragimova Gulsanam Nematovna, pedagogika fanlari doktori, dotsent

Kadirov Xayot Sharipovich, pedagogika fanlari doktori, dotsent

Jalilova Saboxat Xalilovna, psixologiya fanlari nomzodi, dotsent

Atabayeva Nargis Batirovna, psixologiya fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Muxtorov Erkin Mustafoyevich, psixologiya fanlari nomzodi, dotsent

Jumaniyozova Muhabbat Husenovna, filologiya fanlari nomzodi, dotsent

Farmonova Shabon Muhammadovna, pedagogika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Qo'ldoshev Rustambek Avezmurodovich, pedagogika fanlari bo'yicha falsafa
doktori (PhD), dotsent

MUNDARIJA

Boboyeva Muyassar Norboyevna. Matematika fanini o'qitish jarayonida innovatsion texnologiyalardan foydalanish	6
Rasulov To'liq Husenovich, Mamurov Boboxon Jo'rayevich. Matematika: oliy ta'lim va maktablar hamkorligining zamonaviy yo'nalishlari.....	13
Tabassum Saleem, Rasulov To'liq Husenovich, Umarova Umida Umarovna. About the organization of distance education in universities of Uzbekistan and Pakistan.....	20
Dilmurodov Elyor Baxtiyorovich, Yaxyoyeva Sharofat Mirmuxsin qizi. Matematik masalalar va tenglamalar mavzusini o'qitish xususiyatlari	28
Latipov Hakimboy Mirzo o'g'li. Matematika darslarida interfaol metodlardan foydalanib kompleks sonlardan kvadrat ildiz chiqarish mavzusini o'qitish.....	34
Rashidov Anvarjon Sharipovich. Ko'pyoqlar va ularning sodda kesimlarini yasash mavzusini interfaol metodlar yordamida o'qitish	39
Jo'raqulova Farangis Murot qizi. Ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan burchaklar mavzusini o'qitishda interfaol metodlar.....	45
Sharipova Mubina Shodmonovna. Sodda irratsional tengsizliklarni yechish usullari.....	50
Ismoilova Dildora Erkinovna, Sharipova Mubina Shodmonovna. Algebraik kasrlarni ko'paytirish va bo'lish mavzusini o'qitishning o'ziga xos xususiyatlari	56
Rashidov Anvarjon Sharipovich, Latipov Hakimboy Mirzo o'g'li. Silindrlarning hajmi mavzusini o'qitishda interfaol metodlar	62
Бобоева Муяссар Норбоевна, Марданова Феруза Ядгаровна. “Чизиқли тенгламалар системаси” мавзусини ўқитишда муаммоли таълим технологияси ва “зинама-зина” методини қўллаш	67
Xayitova Xilola G'afurovna, Sayliyeva Gulrux Rustam qizi. Funksiyaning o'sishi va kamayishi mavzusini o'qitishda interfaol metodlar	75
Xayitova Xilola G'afurovna. Tanlash usuli bilan kombinatorika masalalarni yechish metodikasi	81
Умарова Умида Умаровна. Масофавий таълимда айрим электрон дидактик таъминот воситалари.....	86
Sayliyeva Gulrux Rustam qizi. Fazoda Dekart koordinatalar sistemasi mavzusini o'qitishda interfaol usullar	92
Ахмедов Олимжон Самадович. Эффективные аспекты применения информационных и коммуникационных технологий при обучении математики	98
Ismoilova Dildora Erkinovna, Bir noma'lumli tengsizliklar va uni o'qitish metodikasi	108
Сафар Ходжиев, Наргиза Жўраева. Некоторые указания и решением текстовые задачи связанные с работой	114
Xodjiyev Safar, Jo'rayeva Nargiza Oltinboyevna. Parametrli kvadrat tenglamalar va ularni yechish usullari.....	123
Raupova Mokhinur Haydar kizi. Benefits of computerized learning systems in mathematics	133
Dilmurodov Elyor Baxtiyorovich, Qurbonov G'ulomjon G'afurovich. Natural sonlarni qo'shish mavzusini o'qitishning afzalliklari.....	138
Dilmurodov Elyor Baxtiyorovich. Uchburchak tengsizligi mavzusini interfaol usullar yordamida o'qitish metodikasi.....	145
Do'stova Shahlo Baxtiyorovna. O'nli kasrlarni qo'shish va ayirish mavzusini interfaol usullar va aktdan foydalanib o'tish	151
Avezov Alijon Xayrulloevich, Nuriddinova Nigina Zamon qizi. Chizg'ich va sirkul yordamida geometrik masalalarni yechishni o'rganish bo'yicha metodik tavsiyalar.....	161

Rasulov Xaydar Raupovich. Absolyut uzluksiz funksiyalar mavzusini o'qitishda ayrim metodik tavsiyalar.....	168
Bahronov Bekzod Islom o'g'li, Jo'raqulova Farangis Murot qizi. Aralash sonlarni qo'shish va ayrish mavzusini o'qitishning o'ziga xos xususiyatlari.....	180
Avezov Alijon Xayrulloevich. Oliy matematika fanini o'qitishdagi innovatsiyalar va ilg'or xorijiy tajribalar.....	185
Марданова Феруза Ядгаровна. Matematika faninig tabiiy fanlar bilan bog'liqligi haqida	193
Ахмедов Олимжон Самадович, Жумаева Чарос Илхомжон кизи. Основы и способы развития речемышлительной деятельности школьников при обучении математике.....	199
Do'stova Shahlo Baxtiyorovna, To'xtamishova Gulnora Mels qizi. Olimpiada masalalarini yechish usullari	207
Sayfullayeva Dilafrō'z Ahmadovna, Mirzaqulova Nodira Ibragimovna. Texnologiya fani o'qituvchilarini kreativ, kasbiy kompetentligini rivojlantirishning pedagogik shart-sharoitlari	216
Akobirova Madina Bo'ronovna, Sayfullayeva Dilafrō'z Axmadovna. Texnologik ta'lim yo'nalishida xalq hunarmandchiligi va badiiy loyihalash fanini innovatsion texnologiyalardan foydalanib xorijiy tilda o'qitish.....	224
Akobirova Madina Bo'ronovna. Texnologiya fanlarini o'qitishda ingliz tilining ahamiyati	230
Karimova Mahbuba Nutfullayevna. Innovatsion texnologiyalardan foydalanib bo'lajak texnologiya fani o'qituvchilarining ijodkorlik qobiliyatlarini rivojlantirish	235
Jo'raev Akmal Razzoqovich, Rasulova Zilola Durdimurotovna. Oliy ta'lim muassasalarida o'quv jarayonlarini elektron ta'lim resurslardan foydalanib tashkil etish imkoniyatlari	240
Rasulov To'liqin Husenovich. Ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmalar haqida ayrim mulohazalar	247
Раупова Мехринигор Хайдаровна. Педагогик амалиёт жараёнида бўлажак биология ўқитувчисининг квазипрофессионал фаолиятга тайерлаш методикаси	252
Mo'minova Sevara Faxriddinovna. Psixologning o'rta va o'rta maxsus ta'lim tizimidagi faoliyati.....	264
Jo'raev Akmal Razzoqovich, Xalloqova Oygul Olimovna. Texnologiya darslarini pedagogik texnologiya asosida tashkil etish.....	271
Ориф Хамраевич Узиков. Профессиональная компетентность - это качества присущие самым успешным работникам	279
Мухидова Олима Нурилловна. Конструирование женского платья по инструкционно-технологическим картам	286
Quliyeva Shahnoza Halimovna. Texnologiya darslarida tanqidiy fikrlashni rivojlantiruvchi texnologiyalardan foydalanish.....	295

Rasulov To'liq HusenovichMatematik analiz kafedrası professori, Buxoro davlat universiteti
<https://orcid.org/0000-0002-2868-4390>

ISHORASI ANIQLANMAGAN ICHKI KO'PAYTMALAR HAQIDA AYRIM MULOHAZALAR

Annotatsiya. Ushbu maqolada ishorasi aniqlangan va aniqlanmagan ichki ko'paytmalar qiyosiy tahlil qilinib, turli fazolarda misollar keltiriladi hamda ular orasida bog'lanish o'rganiladi. Musbat, neytral va manfiy fazo kabi tushunchalar keltiriladi. Ichki ko'paytmali fazolar va unda aniqlangan chiziqli operatorlarning o'rganilish tarixi bayon qilingan. Bundan tashqari, J - musbat tipli xos qiymat, J - musbat tipli xos vektor va J - musbat tipli spektral nuqta kabi tushunchalar haqida ma'lumotlar berilgan.

Kalit so'zlar: ichki ko'paytma, musbat, manfiy va neytral element, Yevklid fazosi, Kreyn fazosi, J - musbat tipli xos qiymat, J - musbat tipli xos vector, J - musbat tipli spektral nuqta.

НЕКОТОРЫЕ РАССУЖДЕНИЯ О ВНУТРЕННИХ УМНОЖЕНИЯХ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ ЗНАКОМ

Расулов Тулкин ХусеновичПрофессор кафедры Математического анализа, Бухарский государственный
университет

Аннотация. В данной статье сравниваются знако-определенные и неопределенные внутренние умножения, приводятся примеры в разных пространствах и изучается связь между ними. Вводятся такие понятия, как позитивное, нейтральное и негативное пространство. Описывается история изучения пространства с внутренними умножениями неопределенным знаком и определяемых в них линейных операторов. Кроме того, дана информация о таких понятиях, как J - положительное собственное значение, J - положительный собственный вектор и J - положительная точка спектра.

Ключевые слова: внутренний умножения, положительный, отрицательный и нейтральный элемент, евклидово пространство, пространство Крейна, J - положительное собственное значение, J - положительный собственный вектор, J - положительная точка спектра.

SOME DISCUSSIONS ON INDEFINITE INNER PRODUCT

Rasulov Tulkin Husenovich

Professor, Department of Mathematical Analysis, Bukhara State University

Annotation. In this paper, definite and undefined inner products are compared, examples are given in different spaces, and the connection between them is studied. Concepts such as positive, neutral and negative space are introduced. The history of the study of inner product spaces and linear operators defined in it is described. In addition, the information about the J - type positive eigenvalue, J - type positive eigenvector and J - type positive spectral point.

Key words: inner product, positive, negative and neutral element, Euclidean space, Krein space, J - type positive eigenvalue, J - type positive eigenvector, J - type positive spectral point.

KIRISH

Bizga yaxshi ma'lumki, umumta'lim maktablarida 8-sinf "Geometriya" fanini o'qitishda vektorlar va ularning skalyar ko'paytmasiga ta'rif beriladi. So'ngra yuqori sinflarda, akademik litsey, kasb-hunar kollejlarida skalyar ko'paytma bilan bog'liq ko'plab tushunchalar o'rgatiladi. Oliy ta'lim muassasalarida esa matematika ta'lim yo'nalishi talabalariga dastlab chiziqli algebra

va analitik geometriyada n ta haqiqiy yoki kompleks koordinataga ega vektorlar skalyar ko'paytmasi bilan bog'liq tushunchalar kiritiladi. Bunda asosan R^n va C^n fazolar qaraladi hamda skalyar ko'paytma quyidagicha kiritiladi:

1. R^n fazoda ixtiyoriy $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in R^n$ elementlar uchun skalyar ko'paytma

$$(x, y) = \sum_{k=1}^n x_k y_k$$

tenglik orqali aniqlanadi.

2. C^n fazoda ixtiyoriy $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n) \in C^n$ elementlar uchun skalyar ko'paytma

$$(z, w) = \sum_{k=1}^n z_k \overline{w_k}$$

tenglik orqali aniqlanadi, bunda $\overline{w_k}$ orqali w_k ga qo'shma son belgilangan.

Oliy ta'lim muassasalarining "Matematika" va "Amaliy matematika va informatika" ta'lim yo'nalishlarida "Funksional analiz" fani o'qitiladi. Bu fanning vektor fazolar bo'limini o'qitishda asosan cheksiz o'lchamli chiziqli fazolar va ularda kiritilgan norma hamda skalyar ko'paytmalar muhim o'rin tutadi. Mazkur holda chiziqli fazo elementlari sanoqlita koordinataga ega vektorlar, uzluksiz funksiyalar, $[a, b]$ kesmada aniqlangan uzluksiz funksiyalar, $[a, b]$ kesmada aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalar, $[a, b]$ kesmada aniqlangan chekli variatsiyaga ega funksiyalar bo'lishi mumkin. Shu sababli quyida biz skalyar ko'paytmaning umumiy tarifini keltiramiz [1].

Bizga L haqiqiy chiziqli fazo berilgan bo'lsin. Agar $L \times L$ dekart ko'paytmada aniqlangan p funksional quyidagi:

- 1) $p(x, x) \geq 0, \forall x \in L; p(x, x) = 0 \leftrightarrow x = \theta$;
- 2) $p(x, y) = p(y, x), \forall x, y \in L$;
- 3) $p(\alpha x, y) = \alpha p(x, y), \forall \alpha \in R, \forall x, y \in L$;
- 4) $p(x + y, z) = p(x, z) + p(y, z), \forall x, y, z \in L$

shartlarni qanoatlantirsa, u holda p ga L chiziqli fazoda aniqlangan skalyar ko'paytma yoki ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytma deyiladi. x va y elementlarning skalyar ko'paytmasi (x, y) kabi belgilanadi. Skalyar ko'paytma kiritilgan chiziqli fazoga Yevklid fazosi deyiladi.

Agar L chiziqli fazoda aniqlangan p funksional uchun skalyar ko'paytma shartlaridan faqat birinchisi bajarilmasa, p ga L dagi ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytma deyiladi. Ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytma kiritilgan L chiziqli fazoga ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmali fazo deyiladi. x va y elementlarning ichki ko'paytmasi odatda $[x, y]$ kabi belgilanadi. Ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmalar bilan bog'liq ma'lumotlarni [2] adabiyotdan topish mumkin. Bu tushuncha Funksional analiz fani dasturiga kiritilmagan bo'lsada skalyar ko'paytma ta'rifidagi 1)-aksioma bajarilmaydigan ko'plab misollar uchrab turadi. Bunday misollarni tahlil qilishda talabalarga ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmalar tushunchasining zamonaviy matematikada tutgan o'рни, qo'llanilish sohalari haqida yangi ma'lumotlar berilsa, ularda matematikaning bu tushunchasini yanada chuqurroq o'rganish istagi paydo bo'ladi.

ASOSIY QISM

O'quvchiga qulaylik uchun ayrim ma'lumotlarni keltiramiz.

Ta'rifga ko'ra, ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmali fazo haqiqiy yoki kompleks vektor fazosi bo'lib, unda simmetrik (kompleks holda: ermit) bichiziqli forma mos kvadrat forma ham musbat, ham manfiy qiymatlarni qabul qila oladi. Bu tushuncha dastlab 1942-1943 yillarda Dirak va Paulining kvant maydon nazariyasiga oid ishlarida ishlatilgan. Keyinchalik 1944 yilda Pontryagin ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmali fazoni matematik nuqtai nazardan tadqiq qilgan. Biroq u Dirak va Paulining tadqiqotlaridan bexabar bo'lgan. So'nggi yillarda Dirak va Paulining ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmali fazo tushunchasi va uning elementar xossalarini maydonlar nazariyasiga qo'llashga oid urinishlarini ko'plab olimlar davom ettirganlar. Bundan tashqari, Pontryaginining ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmali fazolar

geometriyasi va ularda aniqlangan chiziqli operatorlarning spektral nazariyasiga oid ishlari 1956 va 1962 yillar oralig'ida M.G.Kreyn, I.S.Iohvidov, H.Langer kabi olimlar tomonidan rivojlantirilgan. Yuqoridagi natijalar bilan J.Bognarning [2] monografiyasi hamda T.Ya.Azizov va I.S.Iohvidovlarning [3] monografiyasi orqali tanishish mumkin.

Quyidagi misollar ishorasi aniqlangan va aniqlanmagan ichki ko'paytmalar orasidagi farqni tadqiq qilish imkonini beradi.

1-misol: $L = R^2$ haqiqiy chiziqli fazoda aniqlangan $p(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2$ funksional ishorasi aniqlangan ichki ko'paytma bo'ladimi?

Yechish: Ixtiyoriy $x, y \in L$ elementlarni olamiz, bunda $x = (x_1, x_2)$, $y = (y_1, y_2)$ va $z = (z_1, z_2)$ hamda skalyar ko'paytma shartlarini tekshiramiz.

$$1. p(x, x) = x_1x_1 + x_2x_2 = x_1^2 + x_2^2 \geq 0;$$

$$p(x, x) = x_1^2 + x_2^2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow x = \theta.$$

Demak, $p(x, x) = 0 \Rightarrow x = \theta$ ekan. Aksincha, $x = \theta$ ekanligidan $p(x, x) = 0$ tenglikning bajarilish oson kelib chiqadi.

$$2. p(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 = y_1x_1 + y_2x_2 = p(y, x);$$

$$3. \alpha \text{ haqiqiy soni uchun } p(\alpha x, y) = (\alpha x_1)y_1 + (\alpha x_2)y_2 = \alpha x_1y_1 + \alpha x_2y_2 = \alpha(x_1y_1 + x_2y_2) = \alpha p(x, y) \text{ tenglik o'rinlidir};$$

$$4. p(x + y, z) = (x_1 + y_1)z_1 + (x_2 + y_2)z_2 = x_1z_1 + y_1z_1 + x_2z_2 + y_2z_2 = (x_1z_1 + x_2z_2) + (y_1z_1 + y_2z_2) = p(x, z) + p(y, z).$$

Shunday qilib, $p(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2$ funksional skalyar ko'paytmaning barcha shartlarini qanoatlantirar ekan. Demak, R^2 chiziqli fazo $p(x, y)$ skalyar ko'paytma bilan birgalikda Yevklid fazoni tashkil qiladi.

Endi ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmaga misol keltiramiz.

2-misol: $L = R^2$ fazoda aniqlangan $[x, y] = x_1y_1 - x_2y_2$ funksional ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytma bo'lishini ko'rsating.

Yechish: Ta'rifdagi 2) - 4) aksiomalarning bajarilishi xuddi 1) - misoldagi kabi tekshiriladi. Bu yerda biz asosan skalyar ko'paytmaning 1)-aksiomasi bajarilmasligini asoslaymiz. Buning uchun $x_0 = (1, 2) \in R^2$ elementni olib, $[x_0, x_0]$ ni hisoblaymiz:

$$[x_0, x_0] = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = -3 < 0.$$

$y_0 = (1, 1) \neq 0$ element uchun $[y_0, y_0]$ ni hisoblaymiz:

$$[y_0, y_0] = 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 0.$$

$z_0 = (2, 1)$ element uchun $[z_0, z_0]$ ni hisoblaymiz:

$$[z_0, z_0] = 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 3 > 0.$$

Shunday qilib, skalyar ko'paytma 1)- aksiomasining ikkala qismi ham bajarilmas ekan.

Haqiqiy sonlardan tuzilgan va

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n^2 < \infty$$

shatni qanoatlantiruvchi ketma-ketliklar to'plamini l_2 orqali belgilaymiz.

l_2 to'plamning qurulishi yanada tushunarli bo'lishi uchun bu to'plamga tegishli bo'lgan va tegishli bo'lmagan quyidagi elementlarni qaraymiz:

1) $x = \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\right) \in l_2$ bo'ladi. Chunki, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ umumlashgan garmonik qator bo'lib, u yaqinlashuvchi. Bundan esa aniqlanishiga ko'ra x element l_2 to'plamga tegishli ekanligini ko'rish mumkin.

2) $y = \left(1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{4}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{n}}, \dots\right) \notin l_2$. chunki, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ garmonik qator uzoqlashuvchi. Bundan esa aniqlanishiga ko'ra $y \notin l_2$ degan xulosani chiqarish mumkin.

3-misol: $L = l_2$ fazoda aniqlangan

$$[x, y] = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n y_n$$

funksional ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytma bo'lishini isbotlang.

Yechish: Ta'rifdagi 2) - 4) aksiomalarning bajarilishini yaqinlashuvchi sonli qatorlarning xossalariidan foydalanib osongina ko'rsatish mumkin. Berilgan funksional uchun skalyar ko'paytmaning 1)- aksiomasi bajarilmasligini ko'rsatamiz:

$x = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots\right)$ element uchun $[x, x]$ ning qiymatini hisoblaymiz:

$$[x, x] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n} = \frac{-\frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = -\frac{1}{5} < 0.$$

$y = (1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, \dots, 0, \dots) \neq \theta$ elementni qaraylik. U holda $[y, y] = -1 + 1 - 1 + 1 = 0$.

$z = \left(0, 1, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{9}, 0, \frac{1}{27}, \dots\right)$ element uchun

$$[z, z] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9^{n-1}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{9}{8} > 0.$$

Shunday qilib, berilgan funksional uchun skalyar ko'paytma 1)- aksiomasining ikkala qismi ham bajarilmas ekan.

Bizga ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmali L fazo berilgan bo'lsin. Agar biror $x \in L$ element uchun $[x, x] > 0$ munosabat bajarilsa, x ga musbat element deyiladi. Agar biror $y \in L$ element uchun $(y, y) = 0$ munosabat bajarilsa, y ga neytral element deyiladi. Agar biror $z \in L$ element uchun $(z, z) < 0$ munosabat bajarilsa, z ga manfiy element deyiladi.

2-misolda keltirilgan x_0 manfiy elementga, y_0 neytral elementga, z_0 musbat elementga misol bo'la oladi.

Bizga ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmali L fazo berilgan bo'lsin. L fazoning barcha musbat elementlaridan tashkil topgan fazoga musbat fazo deyiladi va L_+ kabi belgilanadi. L fazoning barcha manfiy elementlaridan tashkil topgan fazoga manfiy fazo deyiladi va L_- orqali belgilanadi. L fazoning barcha neytral elementlaridan tashkil topgan fazosiga neytral fazo deyiladi L_0 orqali belgilanadi.

2-misolda keltirilgan ichki ko'paytma misolida musbat, neytral, manfiy fazolarni topamiz:

$$\begin{aligned} L_+ &:= \{x = (x_1, x_2) \in R^2: |x_1| > |x_2|\}; \\ L_0 &:= \{x = (x_1, x_2) \in R^2: |x_1| = |x_2|\}; \\ L_- &:= \{x = (x_1, x_2) \in R^2: |x_1| < |x_2|\}. \end{aligned}$$

Endi 1-misoldagi skalyar ko'paytma va 2-misoldagi ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytma orasida bog'lanish o'rnatamiz. Buning uchun R^2 fazoda

$$J := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

matritsani qaraymiz. Bu holda ixtiyoriy $x, y \in R^2$ elementlar uchun $(x, y) = [x, Jy]$ bog'lanish mavjud.

Talabalar Funksional analiz kursida asosan Yevklid fazosida aniqlangan chiziqli funksionallar va operatorlar bilan tanishadilar, xususan operatorlarning qo'shmasini topishda skalyar ko'paytma keng foydalaniladi. Biroq skalyar ko'paytmaning 1)-aksiomasi bajarilmaydigan, ya'ni ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmalar yordamida matematikaning yangi yo'nalishi mavjudligi haqida ma'lumotga ega bo'lmaydilar. Sababi ular haqidagi ma'lumotlar fan dasturida ko'zda tutilmagan. Iqtidorli talabalar uchun mo'ljallangan fan to'garaklarda, olimpiadalarga tayyorlash kurslarida yoki Funksional analiz fanidan mustaqil ishlarni bajarishda ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmalar va ular bilan bog'liq operatorlar spektral nazariyasi elementlari o'rgatilsa maqsadga muvofiq bo'lardi.

Ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmalar yordamida quyidagilarni amalga oshirish mumkin: Kreyn fazolarini qurib, ularda aniqlangan blok operatorli matritsalarining spektral xossalari o'rganish mumkin hamda Gilbert fazosidagi o'z-o'ziga qo'shma va J -qo'shma operatorlarni qiyosiy tahlil qilish mumkin [4-5]. Bunda Gilbert fazosida J -qo'shma operator Kreyn fazosida o'z-o'ziga qo'shma bo'ladi.

Kreyn fazolari bu ichki ko'paytmali $(K, [\cdot, \cdot])$ fazo bo'lib uni $K = K_+ \oplus K_-$ to'g'ri yig'indi ko'rinishida tasvirlash mumkin, bu yerda $H_1 = (K_+, [\cdot, \cdot])$ va $H_2 = (K_-, -[\cdot, \cdot])$ Hilbert

fazolaridir. Agar $K = K_+ \oplus K_-$ yoyilmaga nisbatan $[\cdot, \cdot] = (J \cdot, \cdot)$ deb olinsa, bunda $J = \text{diag}(I, -I)$, u holda K fazodagi har qanday chiziqli chegaralangan o'z-o'ziga qo'shma A operator

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} A & B \\ -B^* & D \end{pmatrix}$$

ko'rinishda tasvirlanadi, ya'ni $\mathcal{A}$ blok operatorli matritsa J - o'z - o'ziga qo'shma operator bo'ladi.

Quyida oliy ta'lim muassasalari talabalari uchun yana bir qator yangi tushunchalarni keltirib o'tamiz.

Faraz qilaylik, $\mathcal{A}$ blok operatorli matritsa H Hilbert fazosidagi J - o'z - o'ziga qo'shma operator bo'lib $[\cdot, \cdot] = (J \cdot, \cdot)$ bo'lsin.

Agar $\mathcal{A}$ operatorning λ_0 xos qiymatiga mos x_0 xos vektori uchun

$$[x_0, x_0] > 0$$

munosabat bajarilsa x_0 vektor J - musbat tipli xos vektor deyiladi; agar λ_0 xos qiymatga mos keluvchi barcha xos vektorlar J - musbat tipli bo'lsa, λ_0 soni J - musbat tipli xos qiymat deyiladi.

Agar $\lambda_0 \in \sigma_{\text{app}}(\mathcal{A}) \cap R$ nuqta uchun $\|x_0\| = 1$,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|(\mathcal{A} - \lambda_0)x_n\| = 0$$

ekanligidan

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} [x_n, x_n] > 0$$

bo'lishi kelib chiqsa, u holda λ_0 nuqtaga J - musbat tipli spektral nuqta deyiladi.

J - manfiy tipli xos vektor, xos qiymat va spektral nuqta tushunchalari ham shunga o'xshash kiritiladi.

Agar $L \subset H$ qism fazoning barcha $x \in L$, $x \neq 0$ nuqtalari uchun $[x, x] \geq 0$ munosabat bajarilsa, L ga J - nomanfiy qism fazo deyiladi.

Agar barcha $x \in L$, $x \neq 0$ nuqtalar uchun $[x, x] > 0$ shart bajarilsa, L ga J - musbat qism fazo deyiladi.

Agar barcha $x \in L$, $x \neq 0$ nuqtalar va biror $\delta > 0$ soni uchun $[x, x] \geq \delta \|x\|^2$ tengsizlik bajarilsa, L ga tekis J - musbat qism fazo deyiladi.

XULOSA

Maqolada ishorasi aniqlangan va ishorasi aniqlanmagan ichki ko'paytmalar bilan bog'liq tushunchalar keltirilgan hamda ular orasidagi bog'lanishlar yoritib berilgan. Oliy ta'lim muassasalari iqtidorli talabalari uchun qiziqarli ma'lumotlar o'z aksini topgan. Umuman olganda, funksional analiz kursini o'qitish jarayonida qo'shma operatorlar, o'z - o'ziga qo'shma operatorni o'rganishda qo'shimcha ravishda J - qo'shma va J - o'z - o'ziga qo'shma operatorlarning xossalari o'rganish muhim ahamiyat kasb etadi. Mazkur ishda keltirilgan ma'lumotlar Matematika mutaxassisligi bo'yicha tehsil olayotgan magistr'larga "Operatorli matritsalarining spektral nazariyasi" fanidan egallagan bilimlarini mustahkamlashda va to'ldirishda hamda mustaqil ta'lim toshiriqlarini bajarishda o'zbek tilida yozilgan manba sifatida tavsiya etiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. J.I.Abdullayev, R.N.G'anixojayev, M.H.Shermatov, O.I.Egamberdiyev. Funksional analiz va integral tenglamalar. Darslik. Toshkent, El Press nashriyoti, 2013 yil.
2. J.Bognar. Indefinite inner product spaces. Springer, New York, 1974.
3. T.Y.Azizov, I.S.Iokhvidov. Linear operators in spaces with an indefinite metric. Pure and Applied Mathematics (New York). John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 1989. Translated from the 1986 Russian original.
4. C.Tretter. Spectral Theory of Block Operator Matrices and Applications. Imperial College Press, 2006.
5. Internet manba: www.buxdu.uz.