
**ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
МОДЕЛИРОВАНИЯ
И УПРАВЛЕНИЯ**

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Основан в 1994 г.

**2022
№ 4(130)**

Воронеж

Издательство «Научная книга»



2022

Издательство "Научная книга"
Липецкий государственный технический университет
Бакинский государственный университет

ISSN 1813-9744

Журнал зарегистрирован в Центрально-Черноземном управлении Федеральной службы по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия

П И Н Ф С 6-0238 от 19 сентября 2005 г.

Журнал выходит один раз в квартал

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ
И УПРАВЛЕНИЯ**

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Главный редактор О.Я.Кравец, д-р техн. наук, профессор

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

А.А.Алиев, д-р техн. наук, профессор (БГУ, Азербайджан, г. Баку)

С.Л.Блюмин, д-р физ.-мат. наук, профессор (ЛГТУ, Россия, г. Липецк)

С.Л.Подвальный, д-р техн. наук, профессор (ВГТУ, Россия, г. Воронеж)

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы публикаций. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов. При перепечатке ссылка на журнал обязательна.

Правила для авторов доступны на сайте журнала <http://www.sbook.ru/itmu>

Материалы публикуются в авторской редакции.

Дизайн обложки – С.А.Кравец

Адрес редакции и издателя:
394077 Воронеж, ул. 60-й Армии, дом 25,
комн. 120

Телефон: (473)2667653
E-mail: itmu@yandex.ru
<http://www.sbook.ru/itmu>

16+

Подписной индекс в объединенном каталоге «Пресса России» - 41932

Учредитель и издатель: ООО Издательство "Научная книга", <http://www.sbook.ru>

Отпечатано с готового оригинал-макета в ООО "Цифровая полиграфия"

Адрес типографии: 394036, г.Воронеж, ул. Куколкина, 6, тел.: (473) 261-03-61

Подписано в печать 10.12.2022.

Свободная цена

Заказ 0000. Тираж 1000. Усл. печ. л. 5,0. Дата выхода в свет 10.01.2023.

© Информационные технологии моделирования и управления, 2022

Содержание

1. Информационные технологии в приложениях

Аветисян Т.В., Преображенский А.П. О возможностях управления в радиотехнических системах	244
Файрушин А.М., Марьина И.С., Космодемьянова Е.С. Модель кривой освоения: специфика применения в производственной и непромышленной сферах на примерах газосварочного цеха и бухгалтерии	251
Ярков Д.А. Анализ развития внешнеэкономической политики Российской Федерации (ретроспектива 2000-2010 г.).....	259

2. Моделирование и анализ сложных систем

Макаровский М.А., Карелин Н.О. Моделирование электропривода погружного насоса.....	266
Назирова Э.Ш., Юлдашов Ш.Н., Нетьматов А.Л. Численное моделирование задачи неустановившейся фильтрации напорных вод в пористой среде	272
Немцов М.Л. Нечеткая логика (fuzzy logic) в системах принятия решений	279
Равшанов Н.К., Назаров Ш.Э. Математическое моделирование процесса распространения мелкодисперсных аэрозольных частиц в приземном слое атмосферы	285

3. Программные и телекоммуникационные системы

Аветисян Т.В., Преображенский А.П. Оценка эффективности применения различных методов в 3D-моделировании.....	294
Монгуш Ч.М., Монгуш А.Б. Программный комплекс для построения концептуальной модели текстов на основе метода анализа формальных понятий	300
Рындин Н.А. Средства и параметры эксперимента по анализу алгоритма кластеризации больших информационных систем.....	307

Равшанов Н.К., Назаров Ш.Э.
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА
РАСПРОСТРАНЕНИЯ МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ АЭРОЗОЛЬНЫХ
ЧАСТИЦ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта, Узбекистан
Бухарский государственный университет, Узбекистан

1. Введение. Промышленный и городской рост в последние десятилетия вызвал увеличение загрязнения атмосферы и следовательно, повышенные риски для здоровья населения. Большинство атмосферных загрязнителей оказывают вредное воздействие в зависимости от их концентрации, поэтому необходимо выявлять их наличие и контролировать уровни каждого из этих потенциально опасных элементов. Загрязнение атмосферы - это проблема, одинаково затрагивающая как развитые, так и развивающиеся страны. Основными источниками техногенного загрязнения являются транспорт, энергетика и промышленная деятельность, а также крайне опасные для здоровья населения газообразные неорганические соединения.

Загрязнение атмосферы, вызванное различными химическими веществами, в настоящее время имеет большое значение во всем мире из-за пагубного воздействия на экосистемы и, в частности, на здоровье человека и металлические материалы. Городское развитие, изменение земной поверхности и климатические изменения являются явлениями, происходящими от мирового демографического взрыва, которые наносят вред не только людям, но и животным и растениям экосистемы. Воздействие загрязненного воздуха является глобальной проблемой и связано с астмой и другими заболеваниями легких. Повреждение, наносимое загрязненным воздухом непосредственно дыхательным путям, вызывает эпигенетические изменения в легких. Это может вызвать окислительный стресс, повреждающий ДНК. Летучие органические соединения, такие как: бензол, толуол, ксилол и другие, связаны с повышенным риском развития астмы [1].

Для решения подобных задач необходимо разрабатывать математические модели (ММ) и эффективные алгоритмы на основе численных методов, используя которые можно проводить вычислительные эксперименты (ВЭ) на вычислительных системах (ВС).

Математическим моделированием процессов загрязнения атмосферы выбросами от естественных и антропогенных источников занимались и продолжают развивать многочисленные ученые в ведущих научных центрах. Ими уже получены значительные результаты фундаментального и прикладного характера.

В частности, в [2, 3] рассматриваются две двумерные модели для описания взаимодействия воздушного потока с неоднородным растительным покровом в приземном слое атмосферы. Приводятся результаты численных экспериментов, проведенных с помощью каждой из моделей, по описанию поля скорости ветра в приземном слое над неоднородным растительным покровом - лесополосой и лесным массивом со сплошной вырубкой.

В [4] разработаны математическая модель, численный алгоритм и программное средство для прогнозирования процесса переноса вредных веществ в условиях горного (городского) рельефа от импульсных источников, а в [5] - математическая модель, описывающая рассматриваемый процесс рассеивания загрязняющих веществ в атмосфере, с учетом основных физических факторов: температура, давление, скорость ветра, направление ветра, скорость истечения дымовых газов, высота выбросной трубы и препятствия в виде зданий. Модель составлена с помощью уравнений Навье-Стокса. Приведены результаты численных расчетов на программном обеспечении ANSYS CFX-CFD, где предлагается широкий выбор моделей турбулентности, таких как $k-\epsilon$ модель, $k-\omega$ модель и перенос напряжения сдвига (SST) [6]. Эта модель также используется другими авторами для численного моделирования рассеивания загрязняющих веществ в воздухе [7, 8].

В [9] предлагается модель рассеивания загрязняющих веществ на основе Гауссового шлейфа, учитывающая перенос загрязняющих веществ, выбрасываемых из открытых источников. В работе представлены численные эксперименты, иллюстрирующие адекватность разработанной модели.

В [10] представлена численная модель для анализа мезомасштабного распределения примесей в горах, предгорьях и степной зоне (на примере Кабардино-Балкарской Республики). Применены подробные уравнения гидротермодинамики, переноса газовой примеси, уравнения конденсации и коагуляции, учтено сухое осаждение и вымывание аэрозолей.

В [11] для прогнозирования и мониторинга состояния атмосферы промышленных регионов разработаны двух и трехмерные нелинейные математические модели процесса распространения вредных веществ в пограничном слое атмосферы с учетом переменной скорости осаждения частиц, суточного и годового характера изменения интенсивности поглощения вредных веществ.

В [12] для изучения рассеивания загрязнителей воздуха под воздействием городского теплоснабжения приведена двумерная математическая модель, где учитываются мезомасштабные ветра рассматриваемого региона и удаления загрязняющих веществ, в процессе влажного и сухого осаждения. Для численного интегрирования задачи авторами использованы конечно-разностные схемы Кранка-Николсона с учетом зависимости метеорологических параметров: скорости ветра и профили вихревой диффузии.

Решение задачи мониторинга и прогнозирования экологического состояния приземного слоя атмосферы в промышленных регионах, где имеет место нарушение баланса санитарной нормы окружающей среды, вследствие большого количества выбросов вредных веществ рассмотрено в [13, 14]. Для ее решения разработаны математические модели, описывающие рассматриваемый процесс с помощью уравнений гидромеханики и соответствующими начальными и краевыми условиями.

В [14] разработаны модель, численный алгоритм и программное средство для исследования, прогнозирования и мониторинга, а также для оценки экологического состояния атмосферы и подстилающей поверхности рассмат-

риваемого региона пассивными и активными примесями. Для определения скоростей движения аэрозольных частиц под действием воздушного потока, получена система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, где учтены основные физико-механические свойства аэрозольных частиц и прочие факторы, воздействующие на рассматриваемый процесс.

Авторами работы [15] проведены численные расчеты для исследования процесса эрозии почвы в зависимости от скоростей воздушной массы атмосферы, размера и плотности частиц, а также сил действующих на них.

В [16] обсуждается разработка математической модели, процесса распространения аэрозольных частиц в приземном слое атмосферы. Предложенная математическая модель служит решению задач мониторинга и прогнозирования экологического состояния окружающей среды промышленных регионов. Для проверки адекватности разработанного математического аппарата проведены вычислительные эксперименты, результаты которых сопоставлены с натурными данными реального производственного объекта, расположенного в Бухарской области Узбекистана.

Хотя в приведённых выше работах получены значительные результаты фундаментального и прикладного характера, но в них не рассматривается распространение вредных веществ с учётом неоднородности и шероховатости поверхности земли: растительный покров, лесополоса и высотных жилых и производственных объектов.

2. Постановка задачи. С учетом выше сказанного, для исследования процесса переноса и диффузии аэрозольных частиц в атмосфере с учетом существенных параметров u, v, ω - составляющие скорости ветра по направлениям x, y, z соответственно, а также орографии рассматриваемой местности рассмотрим следующую математическую модель:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + (w - w_g) \frac{\partial \theta}{\partial z} + \sigma \theta + \alpha \theta = \\ = \mu \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \delta Q \end{aligned} \quad (1)$$

$$\theta|_{t=0} = \theta^0; \quad (2)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi (\theta_E - \theta); \quad \mu \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi (\theta_E - \theta); \quad (3)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi (\theta_E - \theta); \quad \mu \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi (\theta_E - \theta); \quad (4)$$

$$-\kappa \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} = (\beta \theta - f_0); \quad \kappa \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H_z} = \xi (\theta_E - \theta), \quad (5)$$

где θ - концентрация вредных веществ в атмосфере; t - время; θ^0 - первичная концентрация вредных веществ в атмосфере; θ_E - концентрация, поступающая через границы рассматриваемой области; x, y, z - система координат;

u, v, w - скорость ветра по трём направлениям; w_g - скорость осаднения частиц; σ - коэффициент поглощения вредных веществ в атмосфере; $\alpha(z)$ - коэффициент, характеризующий захват частиц элементами растительности; μ, κ - коэффициенты диффузии и турбулентности; Q - мощность источника; δ - функция Дирака; ζ - коэффициент массообмена через границы расчета; β - коэффициент взаимодействия частиц с подстилающей поверхностью; f_0 - стационарный источник выброса вредных веществ с подстилающей поверхности земли.

Так как поставленная задача описывается многомерным уравнением в частных производных, то получить аналитическое решение затруднительно.

3. Метод решения задачи. Для численного интегрирования задачи (1)-(5) вводим обозначения

$$\begin{aligned} \bar{w} &= w - w_g; \\ \theta &= e^{-\frac{ux+vy+\bar{w}z}{2\mu} - \frac{\bar{w}z}{2\kappa}} \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (6)$$

и, подставляя (6) в (1), упрощая подобные члены, получим следующее:

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial t} + \sigma_1 \tilde{\theta} = \mu \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} \right) + e_1 \delta Q. \quad (7)$$

Здесь

$$\sigma_1 = \frac{\kappa u^2 + \kappa v^2 + \mu \bar{w}^2 + 4\sigma \mu \kappa + 4\alpha \mu \kappa}{4\mu \kappa}; \quad e_1 = e^{-\left(\frac{ux+vy+\bar{w}z}{2\mu} + \frac{\bar{w}z}{2\kappa} \right)}.$$

Начальные и граничные условия для (7):

$$\tilde{\theta}|_{t=0} = \tilde{\theta}^0; \quad (8)$$

$$-\mu \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi (e_1 \theta_E - \tilde{\theta}); \quad \mu \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi (e_1 \theta_E - \tilde{\theta}); \quad (9)$$

$$-\mu \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi (e_1 \theta_E - \tilde{\theta}); \quad \mu \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi (e_1 \theta_E - \tilde{\theta}); \quad (10)$$

$$-\kappa \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} \Big|_{z=0} = (\beta \tilde{\theta} - e_1 f_0); \quad \kappa \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} \Big|_{z=H_z} = \xi (e_1 \theta_E - \tilde{\theta}). \quad (11)$$

Для упрощения решения рассмотрим уравнения (7)-(11) в прямоугольной области $D = (0 \leq x \leq L_x, 0 \leq y \leq L_y, 0 \leq z \leq H_z)$ и будем считать, что источник загрязнения находится в приземном слое атмосферы. Рассматриваемую область покроем сеткой с шагами $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t$:

$$\begin{aligned} \Omega_{xyzt} &= \left\{ (x_i = i\Delta x, y_j = j\Delta y, z_k = k\Delta z, \tau_n = n \Delta t); \right. \\ &\left. i = \overline{1, N_x}; j = \overline{1, M_y}, k = \overline{1, L_z}, n = \overline{0, N_t}, \Delta t = \frac{1}{N_t} \right\}. \end{aligned}$$

Далее, используем неявную разностную схему для обеспечения высокого порядка аппроксимации по времени и пространственным переменным, а также для устойчивости вычислительного процесса. Таким образом по направлению оси Ox получим разностный аналог (7):

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\theta}_{i,j,k}^{n+1/3} - \tilde{\theta}_{i,j,k}^n}{\Delta t / 3} + \sigma_1 \tilde{\theta}_{i,j,k}^{n+1/3} &= \frac{\mu}{\Delta x^2} \left(\tilde{\theta}_{i+1,j,k}^{n+1/3} - 2\tilde{\theta}_{i,j,k}^{n+1/3} + \tilde{\theta}_{i-1,j,k}^{n+1/3} \right) + \\ &+ \frac{\mu}{\Delta y^2} \left(\tilde{\theta}_{i,j+1,k}^n - 2\tilde{\theta}_{i,j,k}^n + \tilde{\theta}_{i,j-1,k}^n \right) + \\ &+ \frac{1}{\Delta z^2} \left(\kappa_{k+0,5} \tilde{\theta}_{i,j,k+1}^n - (\kappa_{k-0,5} + \kappa_{k+0,5}) \tilde{\theta}_{i,j,k}^n + \kappa_{k-0,5} \tilde{\theta}_{i,j,k-1}^n \right) + \frac{1}{3} e_1 \delta_{i,j,k} Q. \end{aligned}$$

Затем, открываем скобки и, группируя подобные члены, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\mu}{\Delta x^2} \tilde{\theta}_{i-1,j,k}^{n+1/3} - \left(\frac{3}{\Delta t} + \sigma_1 + \frac{2\mu}{\Delta x^2} \right) \tilde{\theta}_{i,j,k}^{n+1/3} + \frac{\mu}{\Delta x^2} \tilde{\theta}_{i+1,j,k}^{n+1/3} &= \\ = - \left(\left(\frac{3}{\Delta t} - \frac{2\mu}{\Delta y^2} - \frac{\kappa_{k-0,5} + \kappa_{k+0,5}}{\Delta z^2} \right) \tilde{\theta}_{i,j,k}^n + \frac{\mu}{\Delta y^2} \tilde{\theta}_{i,j-1,k}^n + \right. & \quad (12) \\ \left. + \frac{\mu}{\Delta y^2} \tilde{\theta}_{i,j+1,k}^n + \frac{\kappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} \tilde{\theta}_{i,j,k-1}^n + \frac{\kappa_{k+0,5}}{\Delta z^2} \tilde{\theta}_{i,j,k+1}^n + \frac{1}{3} e_1 \delta_{i,j,k} Q \right). \end{aligned}$$

Для упрощения введём следующие обозначения:

$$\begin{aligned} a_{i,j,k} &= \frac{\mu}{\Delta x^2}; \quad b_{i,j,k} = \frac{3}{\Delta t} + \sigma_1 + \frac{2\mu}{\Delta x^2}; \quad c_{i,j,k} = \frac{\mu}{\Delta x^2}; \\ d_{i,j,k} &= \left(\frac{3}{\Delta t} - \frac{2\mu}{\Delta y^2} - \frac{\kappa_{k-0,5} + \kappa_{k+0,5}}{\Delta z^2} \right) \tilde{\theta}_{i,j,k}^n + \frac{\mu}{\Delta y^2} \tilde{\theta}_{i,j-1,k}^n + \frac{\mu}{\Delta y^2} \tilde{\theta}_{i,j+1,k}^n + \\ &+ \frac{\kappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} \tilde{\theta}_{i,j,k-1}^n + \frac{\kappa_{k+0,5}}{\Delta z^2} \tilde{\theta}_{i,j,k+1}^n + \frac{1}{3} e_1 \delta_{i,j,k} Q. \end{aligned}$$

Тогда, уравнение (12) запишем в виде системы линейных алгебраических уравнений с трёхдиагональным преобладанием:

$$a_{i,j,k} \tilde{\theta}_{i-1,j,k}^{n+1/3} - b_{i,j,k} \tilde{\theta}_{i,j,k}^{n+1/3} + c_{i,j,k} \tilde{\theta}_{i+1,j,k}^{n+1/3} = -d_{i,j,k}.$$

Аппроксимируем первую часть граничного условия (9) со вторым порядком точности:

$$-\mu \frac{-3\tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3} + 4\tilde{\theta}_{1,j,k}^{n+1/3} - \tilde{\theta}_{2,j,k}^{n+1/3}}{2\Delta x} = \xi e_1 \theta_E - \xi \tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3}$$

или

$$3\mu \tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3} - 4\mu \tilde{\theta}_{1,j,k}^{n+1/3} + \mu \tilde{\theta}_{2,j,k}^{n+1/3} = 2\Delta x e_1 \xi \theta_E - 2\Delta x \xi \tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3}. \quad (13)$$

Из полученной трёхдиагональной системы линейных алгебраических уравнений

$$a_{1,j,k} \tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3} - b_{1,j,k} \tilde{\theta}_{1,j,k}^{n+1/3} + c_{1,j,k} \tilde{\theta}_{2,j,k}^{n+1/3} = -d_{1,j,k}$$

находим $\tilde{\theta}_{2,j,k}^{n+1/3}$, следующим образом:

$$\tilde{\theta}_{2,j,k}^{n+1/3} = -\frac{a_{1,j,k}}{c_{1,j,k}} \tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3} + \frac{b_{1,j,k}}{c_{1,j,k}} \tilde{\theta}_{1,j,k}^{n+1/3} - \frac{d_{1,j,k}}{c_{1,j,k}}. \quad (14)$$

$\tilde{\theta}_{i,2,k}^{n+2/3}$ в уравнении (14) подставляем в (13) и получаем следующее:

$$\begin{aligned} 3\mu \tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3} - 4\mu \tilde{\theta}_{1,j,k}^{n+1/3} - \frac{a_{1,j,k}}{c_{1,j,k}} \mu \tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3} + \frac{b_{1,j,k}}{c_{1,j,k}} \mu \tilde{\theta}_{1,j,k}^{n+1/3} - \frac{d_{1,j,k}}{c_{1,j,k}} \mu = \\ = 2\Delta x e_1 \xi \theta_E - 2\Delta x \xi \tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3} \end{aligned}$$

ИЛИ

$$\begin{aligned} \left(3\mu + \frac{a_{1,j,k}}{c_{1,j,k}} \mu + 2\Delta x \xi \right) \tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3} = \\ = \left(4\mu - \frac{b_{1,j,k}}{c_{1,j,k}} \mu \right) \tilde{\theta}_{1,j,k}^{n+1/3} + \frac{d_{1,j,k}}{c_{1,j,k}} \mu + 2\Delta x e_1 \xi \theta_E. \end{aligned} \quad (15)$$

В результате находим $\tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3}$ из уравнения (15):

$$\tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3} = \frac{4\mu c_{1,j,k} - b_{1,j,k} \mu}{3\mu c_{1,j,k} - a_{1,j,k} \mu + 2\Delta x \xi} \tilde{\theta}_{1,j,k}^{n+1/3} + \frac{d_{1,j,k} + 2\Delta x \xi c_{1,j,k} e_1 \theta_E}{3\mu c_{1,j,k} - a_{1,j,k} \mu + 2\Delta x \xi}. \quad (16)$$

Используя (16), находим значения прогоночных коэффициентов $\alpha_{0,j,k}$ и $\beta_{0,j,k}$:

$$\alpha_{0,j,k} = \frac{4\mu c_{1,j,k} - b_{1,j,k} \mu}{3\mu c_{1,j,k} - a_{1,j,k} \mu + 2\Delta x \xi}; \quad \beta_{0,j,k} = \frac{d_{1,j,k} + 2\Delta x \xi c_{1,j,k} e_1 \theta_E}{3\mu c_{1,j,k} - a_{1,j,k} \mu + 2\Delta x \xi}. \quad (17)$$

Также аппроксимируем вторую часть граничного условия (9):

$$\mu \frac{\tilde{\theta}_{N-2,j,k}^{n+1/3} - 4\tilde{\theta}_{N-1,j,k}^{n+1/3} + 3\tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3}}{2\Delta x} = \xi e_1 \theta_E - \xi \tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3}$$

ИЛИ

$$\mu \tilde{\theta}_{N-2,j,k}^{n+1/3} - 4\mu \tilde{\theta}_{N-1,j,k}^{n+1/3} + 3\mu \tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3} = 2\Delta x e_1 \xi \theta_E - 2\Delta x \xi \tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3}. \quad (18)$$

Последовательно применяя метод прогонки для N , $N-1$ и $N-2$, находим $\tilde{\theta}_{N-1,j,k}^{n+1/3}$ и $\tilde{\theta}_{N-2,j,k}^{n+1/3}$:

$$\tilde{\theta}_{N-1,j,k}^{n+1/3} = \alpha_{N-1,j,k} \tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3} + \beta_{N-1,j,k}; \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_{N-2,j,k}^{n+1/3} &= \alpha_{N-2,j,k} \tilde{\theta}_{N-1,j,k}^{n+1/3} + \beta_{N-2,j,k} = \\ &= \alpha_{N-2,j,k} \left(\alpha_{N-1,j,k} \tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3} + \beta_{N-1,j,k} \right) + \beta_{N-2,j,k} = \end{aligned} \quad (20)$$

$$= \alpha_{N-2,j,k} \alpha_{N-1,j,k} \tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3} + \alpha_{N-2,j,k} \beta_{N-1,j,k} + \beta_{N-2,j,k}.$$

Подставляя $\tilde{\theta}_{N-1,j,k}^{n+1/3}$ и $\tilde{\theta}_{N-2,j,k}^{n+1/3}$ из (19) и (20) в уравнение (18), находим

$\tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3}$:

$$\begin{aligned} & \alpha_{N-2,j,k} \alpha_{N-1,j,k} \mu \tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3} + \alpha_{N-2,j,k} \beta_{N-1,j,k} \mu + \beta_{N-2,j,k} \mu - \\ & - 4\alpha_{N-1,j,k} \mu \tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3} - 4\beta_{N-1,j,k} \mu + 3\mu \tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3} = 2\Delta x e_1 \xi \theta_E - 2\Delta x \xi \tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3}; \\ & \tilde{\theta}_{N,j,k}^{n+1/3} = \frac{2\Delta x e_1 \xi \theta_E - (\beta_{N-2,j,k} + \alpha_{N-2,j,k} \beta_{N-1,j,k} - 4\beta_{N-1,j,k}) \mu}{2\Delta x \xi + (\alpha_{N-2,j,k} \alpha_{N-1,j,k} - 4\alpha_{N-1,j,k} + 3) \mu}. \end{aligned} \quad (21)$$

При обратном ходе прогонки последовательно, определяются значения концентрации $\tilde{\theta}_{N-1,j,k}^{n+1/3}$, $\tilde{\theta}_{N-2,j,k}^{n+1/3}$, ..., $\tilde{\theta}_{0,j,k}^{n+1/3}$ в следующем виде:

$$\tilde{\theta}_{i,j,k}^{n+1/3} = \alpha_{i,j,k} \tilde{\theta}_{i+1,j,k}^{n+1/3} + \beta_{i,j,k}; \quad i = \overline{N-1, 0}, \quad j = \overline{1, M-1}, \quad k = \overline{1, L-1}.$$

Применяя приведенные выше процедуры по направлению Oy , имеем:

$$\bar{a}_{i,j,k} \tilde{\theta}_{i,j-1,k}^{n+2/3} - \bar{b}_{i,j,k} \tilde{\theta}_{i,j,k}^{n+2/3} + \bar{c}_{i,j,k} \tilde{\theta}_{i,j+1,k}^{n+2/3} = -\bar{d}_{i,j,k}.$$

Здесь $\bar{a}_{i,j,k} = \frac{\mu}{\Delta y^2}$; $\bar{b}_{i,j,k} = \frac{3}{\Delta t} + \sigma_1 + \frac{2\mu}{\Delta y^2}$; $\bar{c}_{i,j,k} = \frac{\mu}{\Delta y^2}$;

$$\begin{aligned} \bar{d}_{i,j,k} = & \left(\frac{3}{\Delta t} - \frac{2\mu}{\Delta x^2} - \frac{\kappa_{k-0,5} + \kappa_{k+0,5}}{\Delta z^2} \right) \tilde{\theta}_{i,j,k}^{n+1/3} + \frac{\mu}{\Delta x^2} \tilde{\theta}_{i-1,j,k}^{n+1/3} + \frac{\mu}{\Delta x^2} \tilde{\theta}_{i+1,j,k}^{n+1/3} + \\ & + \frac{\kappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} \tilde{\theta}_{i,j,k-1}^{n+1/3} + \frac{\kappa_{k+0,5}}{\Delta z^2} \tilde{\theta}_{i,j,k+1}^{n+1/3} + \frac{1}{3} e_1 \delta_{i,j,k} Q. \end{aligned}$$

$$\bar{\alpha}_{i,0,k} = \frac{4\mu \bar{c}_{i,1,k} - \bar{b}_{i,1,k} \mu}{3\mu \bar{c}_{i,1,k} - \bar{a}_{i,1,k} \mu + 2\Delta y \xi}; \quad \bar{\beta}_{i,0,k} = \frac{\bar{d}_{i,1,k} + 2\Delta y e_1 \bar{c}_{i,1,k} \xi \theta_E}{3\mu \bar{c}_{i,1,k} - \bar{a}_{i,1,k} \mu + 2\Delta y \xi}. \quad (22)$$

$$\tilde{\theta}_{i,M,k}^{n+2/3} = \frac{2\Delta y e_1 \xi \theta_E - (\bar{\beta}_{i,M-2,k} + \bar{\alpha}_{i,M-2,k} \bar{\beta}_{i,M-1,k} - 4\bar{\beta}_{i,M-1,k}) \mu}{2\Delta y \xi + (\bar{\alpha}_{i,M-2,k} \bar{\alpha}_{i,M-1,k} - 4\bar{\alpha}_{i,M-1,k} + 3) \mu}. \quad (23)$$

Аналогично применяя приведенные выше процедуры по направлению Oz , получаем следующее:

$$\bar{\bar{a}}_{i,j,k} \tilde{\theta}_{i,j,k-1}^{n+1} - \bar{\bar{b}}_{i,j,k} \tilde{\theta}_{i,j,k}^{n+1} + \bar{\bar{c}}_{i,j,k} \tilde{\theta}_{i,j,k+1}^{n+1} = -\bar{\bar{d}}_{i,j,k}.$$

Здесь

$$\bar{\bar{a}}_{i,j,k} = \frac{\kappa_{k-0,5}}{\Delta z^2}; \quad \bar{\bar{b}}_{i,j,k} = \frac{3}{\Delta t} + \sigma_1 + \frac{\kappa_{k-0,5} + \kappa_{k+0,5}}{\Delta z^2}; \quad \bar{\bar{c}}_{i,j,k} = \frac{\kappa_{k+0,5}}{\Delta z^2};$$

$$\bar{\bar{d}}_{i,j,k} = \left(\frac{3}{\Delta t} - \frac{2\mu}{\Delta x^2} - \frac{2\mu}{\Delta y^2} \right) \tilde{\theta}_{i,j,k}^{n+2/3} + \frac{\mu}{\Delta x^2} \tilde{\theta}_{i-1,j,k}^{n+2/3} + \frac{\mu}{\Delta x^2} \tilde{\theta}_{i+1,j,k}^{n+2/3} +$$

$$+ \frac{\mu}{\Delta y^2} \tilde{\theta}_{i,j-1,k}^{n+2/3} + \frac{\mu}{\Delta y^2} \tilde{\theta}_{i,j+1,k}^{n+2/3} + \frac{1}{3} e_1 \delta_{i,j,k} Q^{n+1}.$$

$$\bar{\bar{\alpha}}_{i,j,0} = \frac{4\kappa_1 \bar{\bar{c}}_{i,j,1} - \bar{\bar{b}}_{i,j,1} \kappa_1}{3\kappa_1 \bar{\bar{c}}_{i,j,1} - \bar{\bar{a}}_{i,j,1} \kappa_1 - 2\Delta z \beta}; \quad \bar{\bar{\beta}}_{i,j,0} = \frac{\bar{\bar{d}}_{i,j,1} \kappa_1 + 2e_1 \Delta z \bar{\bar{c}}_{i,j,1} f}{3\kappa_1 \bar{\bar{c}}_{i,j,1} - \bar{\bar{a}}_{i,j,1} \kappa_1 - 2\Delta z \beta}. \quad (24)$$

$$\tilde{\theta}_{i,j,L}^{n+1} = \frac{2\Delta z e_1 \xi \theta_E - (\bar{\bar{\beta}}_{i,j,L-2} + \bar{\bar{\alpha}}_{i,j,L-2} \bar{\bar{\beta}}_{i,j,L-1} - 4\bar{\bar{\beta}}_{i,j,L-1}) \kappa_L}{2\Delta z \xi + (\bar{\bar{\alpha}}_{i,j,L-2} \bar{\bar{\alpha}}_{i,j,L-1} - 4\bar{\bar{\alpha}}_{i,j,L-1} + 3) \kappa_L}. \quad (25)$$

Таким образом, для интегрирования поставленной задачи разработана неявная численная схема и алгоритм со вторым порядком точности по пространственным переменным, позволяющий проводить численные расчеты на вычислительных системах.

4. Заключение. По итогам проведенной и изложенной работы, были получены математическая модель и численный алгоритм для решения задач анализа и прогнозирования процесса распространения мелкодисперсных аэрозолей в атмосфере с учетом скорости ветра по трем направлениям, скорости осаждения аэрозольных частиц настилающей поверхности, а также захвата частиц элементами растительности, что существенно влияет на динамику исследуемого процесса.

Разработанный математический аппарат позволяет выполнять оценку возможных экологических рисков от выбросов природных и промышленных источников, а также обеспечивает поддержку принятия решений по защите окружающей среды и реализации природоохранных мероприятий.

Список использованных источников

1. Рико-Росилло Г., Вега-Робледо Г., Сильва-Гарсия Р. Эпигенетика, окружающая среда и астма// Журнал аллергии Мексики. 2017.
 2. Абраменко В.В., Алоян А.Е., Анкилов А.Н. Численное моделирование распространения аэрозолей в пограничном слое атмосферы над растительностью// Препр. ВЦ СО АН. - 1985. - №584.
 3. Штырева Н.В. Численная модель дальнего переноса загрязняющих веществ в атмосфере, реализованная на супер ЭВМ CRAY Y-Y-MP8E// Труды Гидрометцентра РФ. - 2000. - Вып. 334. - С. 121-129.
 4. Алборов И.В., Алехин В.И., Вагин В.С. Математическое моделирование процесса переноса вредных веществ в условиях горного (городского) рельефа от импульсных источников// Горный информационно-аналитический бюллетень. - 2003. - № 11. - С. 1-3.
 5. Mărunțălu O. et.al. Numerical Simulation of the Air Pollutants Dispersion Emitted by CHP Using ANSYS CFX// World Acad. Sci. Eng. Technol. Int. J. Environ. Ecol. Eng. - 2015. - Vol. 9, № 9. - P. 1058-1064.
 6. Ivings M.J. et al. Evaluating vapor dispersion models for safety analysis of LNG facilities. - Research foundation, 2016. - 96 p.
 7. Gavelli F., Bullister E., Kytomaa H. Application of CFD (fluent) to LNG Spills into Geometrically Complex Environments// J. Hazard. Mater. - 2008. - No. 159. - P. 158-168.
 8. Sklavounos S., Rigas F. Simulation of Coyote Series Trials - Part I: CFD Estimation of Non-Isothermal LNG Releases and Comparison with Box-Model Predictions// Chem. Eng. Sci. - 2006. - No. 61. - P. 1434-1443.
 9. Ekkachai T., Suttida W. Modeling and numerical experiments of air pollution on a complex terrain// J. Phys. Conf. Ser. - 2021. DOI:10.1088/1742-6596/1850/1/012002.
 10. Керимов А. и др. Экология и природопользование о распространении атмосферных примесей в горно-степной зоне// Естественные науки. - 2007. -
-
-

№ 3. - С. 86-90.

11. Мурадов Ф.А. Модели, вычислительные алгоритмы и программные комплексы для мониторинга и прогнозирования процессов переноса и диффузии вредных веществ в атмосфере: дис. канд. наук. - Ташкент, 2020. - 162 с.

12. Agarwal M., Tandon A. Modeling of the urban heat island in the form of mesoscale wind and of its effect on air pollution dispersal// Appl. Math. Model. - 2010. - Vol. 34, № 9. - P. 2520-2530.

13. Ravshanov N., Shafiev T. Nonlinear mathematical model for monitoring and predicting the process of transfer and diffusion of fine-dispersed aerosol particles in the atmosphere// IOP Conf. Ser. J. Phys. Conf. Ser. - 2019. - Vol. 1260. - DOI:10.1088/1742-6596/1260/10/102013

14. Равшанов Н., Мурадов Ф.А., Набиулина Л.М. Численное моделирование процесса переноса и диффузии активных аэрозольных частиц в пограничном слое атмосферы// Вопросы вычислительной и прикладной математики. - 2016. - №2. - С. 47-58.

15. Хамдамов Р.Х., Равшанов З.Н., Таштемирова Н.Н. Моделирование и исследование основных параметров в процессе распространения соле-пылевых частиц в атмосфере// Проблемы вычислительной и прикладной математики. - 2020. - №2(26). - С. 78-98.

16. Равшанов Н., Назаров Ш. Моделирование процесса переноса и диффузии аэрозольных частиц в атмосфере с учетом захвата частиц элементами растительности// Экологические чтения: сб. матерю XIII Нац. НПК. - Омск, 2022. - С.282-288