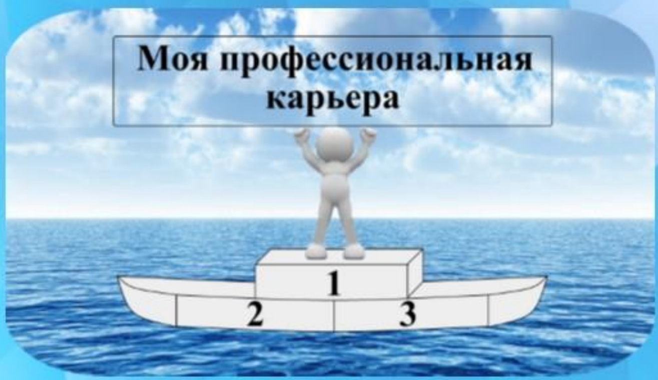

Научно-образовательный электронный журнал

ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ

Выпуск №25 (том 4)
(апрель, 2022)

Международный научно-образовательный
электронный журнал
«ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ»

УДК 37
ББК 94

Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №25 (том 4) (апрель, 2022). Дата выхода в свет: 30.04.2022.

Сборник содержит научные статьи отечественных и зарубежных авторов по экономическим, техническим, философским, юридическим и другим наукам.

Миссия научно-образовательного электронного журнала «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ» состоит в поддержке интереса читателей к оригинальным исследованиям и инновационным подходам в различных тематических направлениях, которые способствуют распространению лучшей отечественной и зарубежной практики в интернет пространстве.

Целевая аудитория журнала охватывает работников сферы образования (воспитателей, педагогов, учителей, руководителей кружков) и школьников, интересующихся вопросами, освещаемыми в журнале.

Материалы публикуются в авторской редакции. За соблюдение законов об интеллектуальной собственности и за содержание статей ответственность несут авторы статей. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов статей. При использовании и заимствовании материалов ссылка на издание обязательна.

ФИО авторов: *Saidova Nilufar Muhammadovna*
Buxoro Davlat universiteti, Fizika-matematika fakulteti
Otajonova Sitorabonu
Buxoro Davlat universiteti, Fizika-matematika fakulteti magistri
Название публикации: «TRIGONOMETRIK MASALALARNI YECHISHDA BA'ZI EKVIVALENT NISBATLARNI TADBIQ ETISH»

Annotatsiya. Ushbu maqolada elementar geometriya, ya'ni geometriyaning maktab kursida muhim rol o'ynaydigan trigonometriya bo'limini uchburchaklarni yechishga doir tadbiqlari qaralgan. Uchburchaklarni yechishda uchta elementini berib, uning qolgan elementlarini topish masalalari ko'rilgan. Ekvivalent nisbatlarni qo'llab amaliy masalalarni yechish qaralgan.

Kalit so'zlar: Ekvivalent nisbatlar, chiziqli elementlar, uchburchaklar, bir noma'lumli trigonometrik tenglama, Paskal masalasi.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ОТНОШЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Аннотация. В статье рассматривается элементарная геометрия, тригонометрического раздела геометрии, который играет важную роль в школьной программе, для решения задачи по треугольникам. Рассмотрены задачи нахождение некоторых элементов треугольника, когда заданы три элементы. Эквивалентные отношения используются для решения практических задач.

Ключевые слова: эквивалентные отношения, линейные элементы, треугольник, тригонометрическое уравнение с одним неизвестным, задача Паскаля.

KIRISH

Trigonometriyaning paydo bo'lishi amaliyotdagi hisoblashlar, aynan turli geometrik shakllar elementlarini topishda berilgan elementlar yetarli miqdori bo'yicha ushbu elementlarni aniqlash zarurati ehtiyoji bilan bog'liq. Antik davrdayoq Qadimgi Yunonistonda bir qator astronomik masalalar yechish bilan bog‘liq hisob-kitoblar davomida trigonometriya sohasi rivojlanishiga muhim hissa qo‘shildi. Trigonometriyaning shakllanishida X-IX va XIII asrlarda Markaziy Osiyo va Ozarbayjon olimlarining ilmiy ishlari va yaratgan asarlari asosiy ahamiyatga ega.

Ilm-fanni keyingi rivojlanish davri shuni ko‘rsatdiki, trigonometrik funksiyalar faqat ishlab chiqarishda emas, balki hisoblash geometriyasida yechish uchun zarur bo'lgan apparat vazifalarni; shuningdek, ushbu funksiyalar mexanika va fizikadagi davriy jarayonlarni o'rganishda ham muhim rol o‘ynaydi. Shunday qilib, trigonometrik funksiyalar nazariyasiga asoslangan holda analitik geometriya yo‘nalishi paydo bo‘ldi. Trigonometrik funksiyalarning geometrik nazariyasi trigonometriyani amaliy masalalarga tadbiq qilish ko'proq mos keladi.

ASOSIY QISM

Masalaning mazmunidan kelib chiqishicha uchburchaklarni yechishda geometrik ko‘rinishidan tashqari masalaning klassifikatsiyaga ega bo‘lishi shubhasiz. Bular quyidagicha holatlarga bo‘linadi:

Birinchi hol. Uchburchakning ikki burchagi va bitta chiziqli element berilgan bo‘lsin;

Ikkinchi hol. Uchburchakning bitta burchagi va ikkita chiziqli element berilgan bo‘lsin;

Uchinchi hol. Uchburchakning uchta chiziqli element berilgan bo‘lsin.

Uchburchaklarni yechishga doir masalalar yechish metodi bo‘yicha birinchi holatdagi masalalar bevosita qator ekvivalent nisbatlar vositalari bilan yechiladi. Ikkinchi holdagi masalalar trigonometrik tenglamalarga sistemasiga keltiriladi. Ushbu holatdagi masalalarda uchburchakning yana bir ikkinchi burchakni topish kerak bo‘ladi. Boshqacha aytganda, $\alpha+\beta+\gamma=\pi$ munosabat bajariladi. Uchinchi holdagi masalalarda uchburchakning ikki burchagi topiladi. Umuman aytganda, shartda berilgan element uchburchak burchak elementi bo‘lmaganda, ya’ni uchburchak tomonlari berilganda masala soddalashadi [1].

1-masala. S,α va β berilgan. P va l_c ni toping.

Bu masala birinchi holdagi masaladir. Dastlab uchburchak perimetri P ni aniqlash zarur. Quyidagi teng nisbatlarni qaraymiz, ya'ni chap nisbatda topish kerak bo'lgan element o'ngdagisida berilgan elementlar qatnashsin:

$$\frac{P}{2\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}}=\sqrt{\frac{2S}{\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma}}.$$

Bundan,

$$P=\sqrt{Sctg\frac{\alpha}{2}ctg\frac{\beta}{2}ctg\frac{\gamma}{2}}=\sqrt{Sctg\frac{\alpha}{2}ctg\frac{\beta}{2}tg\frac{\alpha+\beta}{2}},\ \ \gamma=\pi-(\alpha+\beta).$$

Endi l_c - uchburchakning uchinchi tomoniga tushirilgan bissektrisa topishda yuqoridagi kabi nisbatni tanlaymiz:

$$\frac{l_c\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\alpha\sin\beta}=\sqrt{\frac{2S}{\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma}}.$$

Bundan:

$$l_c=\sec\frac{\alpha-\beta}{2}\sqrt{\frac{2S\sin\alpha\sin\beta}{\sin\gamma}}.$$

2-masala. Uchburchakning a tomoniga tushirilgan h_a balandlik a tomoni kesmalarga bo'ladi. Shu kesmalarda ayirmasi d_a va a tomonga yopishgan β va γ burchaklari berilgan. Uchburchak perimetri P ni toping.

Bu masala ham birinchi holdagi masaladir. Bundagi d_a nisbatlar orasida yo'q. Proyeksiya qoidasi bo'yicha $d_a=b\cos\gamma-c\cos\beta$ bo'ladi.

Bu munosabatda chiziqli elementlarga egamiz. Bu elementlarni qarshisida yotgan buchak sinusi bilan almashtirilsa, ba'zi nisbatlar orasiga yozish mumkin:

$$\ldots=\frac{d_a}{\sin\beta\cos\gamma-\sin\gamma\cos\beta}=\frac{d_a}{\sin(\beta-\gamma)}=\ldots$$

O'ng tomondagi nisbat uchun teng nisbatdan

$$\ldots=\frac{P}{2\cos\frac{\beta+\gamma}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}}=\ldots$$

ni olamiz. Demak,

$$\frac{P}{2\cos\frac{\beta+\gamma}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}}=\frac{d_a}{\sin(\beta-\gamma)}.$$

Bundan,

$$P=\frac{2d_a\cos\frac{\beta+\gamma}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}}{\sin(\beta-\gamma)}.$$

3-masala. a, h_a va $\beta-\gamma=\varphi$ berilgan. α,β va γ ni aniqlaymiz.

Bu masala ikkinchi holga tegishli. Chiziqli element qatnashgan ba’zi teng nisbatlarni qaraymiz:

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{h_a}{\sin\beta\sin\gamma}=\ldots \qquad (1)$$

So‘ng $\sin\beta\sin\gamma$ ni yig‘indiga ajratamiz:

$$\sin\beta\sin\gamma=\frac{1}{2}\left[\cos(\beta-\gamma)-\cos(\beta+\gamma)\right]=\frac{1}{2}\left[\cos\varphi-\cos(\beta+\gamma)\right].$$

Buni (1) ga qo‘yamiz.

$$\frac{a}{\sin a}=\frac{2h_a}{\cos\varphi-\cos(\beta+\gamma)}.$$

$\beta+\gamma=\pi-\alpha$ bo‘lgani uchun $\dfrac{a}{2h_a}=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\varphi+\cos\alpha}$.

Masala bir noma’lumli trigonometrik tenglamaga aylandi. Bu yerda trigonometrik funksiyalarni yarim argumentning tangensi orqali ifodalovchi formulalardan foydalanamiz:

$$\frac{a}{2h_a}=\frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{\cos\varphi\left(1+tg^2\frac{\alpha}{2}\right)+1-tg^2\frac{\alpha}{2}}.$$

Bundan

$$a\sin^2\frac{\varphi}{2}tg^2\frac{\varphi}{2}+2h_a tg\frac{\alpha}{2}-a\cos^2\frac{\gamma}{2}=0.$$

Demak,

$$tg\frac{\alpha}{2}=\frac{-2h_a\pm\sqrt{4h_a^2+a^2\sin^2\varphi}}{2a\sin^2\frac{\varphi}{2}}.$$

Shu bilan birga ikkinchi yechim manfiy bo‘lganidan o‘z-o‘zidan keraksiz bo‘lib qoladi. Shuning uchun $\frac{\alpha}{2}$ burchak $\frac{\pi}{2}$ dan kichik. Demak,

$$\alpha=2arctg\frac{-2h_a+\sqrt{4h_a^2+a^2\sin^2\varphi}}{2a\sin^2\frac{\varphi}{2}}.$$

$\beta+\gamma=\pi-\alpha$ dan hamda berilgan $\beta-\gamma=\varphi$ dan β va γ burchaklar topiladi.

4-masala. Paskal masalasi [3]. a, α va $k=\frac{b-c}{h_a}$ berilgan. β va γ ni topish kerak.

Bu masala birinchi holga tegishli bo‘lib, $k-$burchak elementi. Ba’zi teng nisbatlardan:

$$\frac{b-c}{2\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta-\gamma}{2}}=\frac{h_a}{\sin\beta\sin\gamma}$$

yoki

$$\frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta-\gamma}{2}}{\sin\beta\sin\gamma}=k$$

ga ega bo‘lamiz, ya’ni tengmala uchta β, γ va $\frac{\beta-\gamma}{2}$ noma’lumga ega.

Shuning uchun oldingi masaladagi kabi $\sin\beta\sin\gamma$ ko‘paytmani yig‘indiga aylantirib, sodda almashtirishlar bilan ikki noma’lumli tenglamaga kelamiz:

$$k\cos(\beta-\gamma)-4\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta-\gamma}{2}+k\cos\alpha=0$$

Eng oxirida $\cos(\beta-\gamma)=1-2\sin^2\frac{\beta-\gamma}{2}$ bilan almashtirib, $\frac{\beta-\gamma}{2}$ noma'lumli tenglamaga kelamiz, unda

$$k-2\sin^2\frac{\beta-\gamma}{2}-4\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta-\gamma}{2}+k\cos\alpha=0$$

yoki

$$k\sin^2\frac{\beta-\gamma}{2}+2\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta-\gamma}{2}-k\cos^2\frac{\alpha}{2}=0.$$

Bundan:

$$\sin\frac{\beta-\gamma}{2}=\frac{-\sin\frac{\alpha}{2}\pm\sqrt{\sin^2\frac{\alpha}{2}+k^2\cos^2\frac{\alpha}{2}}}{k}=\frac{1}{k}\sin\frac{\alpha}{2}\left(-1\pm\sqrt{1+k^2ctg^2\frac{\alpha}{2}}\right).$$

Agar $k>0$ bo'lsa, unda $\beta>\gamma$ bo'ladi shuning uchun olingan ikkala qiymatdan faqat musbat ishoralisini qoldiramiz. Bundan tashqari yordamchi burchak $tg\varphi=kctg\frac{\alpha}{2}$ ni kiritib, kvadrat ildiz ishorasi ostida trivial ifoda hosil qilamiz.

Shunday qilib,

$$\sin\frac{\beta-\gamma}{2}=\frac{1}{k}\sin\frac{\alpha}{2}(\sec\varphi-1)=\frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\alpha}{2}}{k\cos\varphi}$$

yoki $tg\varphi$ ni aniqlagandan so'ng $k=tg\varphi tg\frac{\alpha}{2}$ ga ega bo'lamiz. Unda

$$\sin\frac{\beta-\gamma}{2}=\frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\alpha}{2}}{tg\varphi\cdot tg\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\varphi}=\cos\frac{\alpha}{2}\cdot tg\frac{\varphi}{2}$$

bo'ladi.

Bundan $\varphi=arctg\left(k\cdot ctg\frac{\alpha}{2}\right)$ va $\beta-\gamma=2\arcsin\left(\cos\frac{\alpha}{2}tg\frac{\varphi}{2}\right)$ kelib chiqadi.

$\beta-\gamma$ ni ma'lum bo'lganidan va $\beta+\gamma=\pi-\alpha$ dan β va γ ni topish mumkin.

5-masala. r_a, r_b va r_c berilgan. α,β va γ ni toping.

Bu masala uchinchi holga tegishli. Bunda r ni ham ma'lum deb olish mumkin.

U holda $\cos\frac{\alpha}{2}\cdot\sqrt{\frac{r\cdot r_a}{\sin\beta\sin\gamma}}=\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\frac{r_b\cdot r_c}{\sin\beta\sin\gamma}}$ munosabatdan $tg\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{r\cdot r_a}{r_b\cdot r_c}}$ bo‘lib, natijada $\alpha=2arctg\sqrt{\frac{r\cdot r_a}{r_b\cdot r_c}}$ chiqadi.

β ham shu kabi aniqlanadi. U holda $\gamma=\pi-(\alpha+\beta)$ bo‘ladi.

6-masala. m_a, h_a va l_a berilgan. α,β va γ ni toping.

Bu masala uchinchi holga tegishli. Ikkita tenglama tuzish uchun uchta nisbatga egamiz:

$$\frac{h_a}{\sin\beta\sin\gamma}=\frac{m_a\sin\varphi_a}{\sin\beta\sin\gamma}=\frac{l_a\cos\frac{\beta-\gamma}{2}}{\sin\beta\sin\gamma}$$

bundan bevosita $\cos\frac{\beta-\gamma}{2}=\frac{h_a}{l_a}$ tenglamaga ega bo‘lamiz.

Demak, $\beta-\gamma=2\arccos\frac{h_a}{l_a}=S.$ Ikkinchidan $\sin\varphi_a=\frac{h_a}{m_a}$ yoki

$$\varphi_a=\arcsin\frac{h_a}{m_a}.$$

$tg\varphi_a=\frac{2\sin\beta\sin\gamma}{\sin(\beta-\gamma)}=\frac{2\sin\beta\sin\gamma}{\sin\delta}$ yoki $2\sin\beta\sin\gamma=tg\varphi_a\sin\delta,$

ya’ni, ikki noma’lumli trigonometrik tenglamaga ega bo‘lamiz. Eng oxirida

$$\sin(\beta-\gamma)-\sin(\beta+\gamma)=tg\varphi_a\sin\delta$$

yoki

$$\cos(\beta+\gamma)=-tg\varphi_a\sin\delta+\cos\delta=\frac{\cos(\varphi_a+\delta)}{\cos\varphi_a}.$$ (bunda $\beta-\gamma=\delta$)

Bundan,

$$\beta+\gamma=\arccos\frac{\cos(\varphi_a+\delta)}{\cos\varphi_a}.$$

Topilgan $\beta+\gamma$ dan osongina β va γ ni hamda $\alpha=\pi-(\beta+\gamma)$ ni topamiz.

XULOSA

Hozirgi kunda elementar matematika fanining alohida ajralmas qismi trigonometriyaning boshqa fanlar bilan o‘zaro bog‘liqligi, keng tarmoqlanganligi, fan va texnologiya rivojlanish taraqqiyotida har qadamda trigonometriyaga duch kelamiz. Ya’ni matematikadan tashqari boshqa fanlarni o‘rganishda ushbu fan bo‘limini chuqur bilishni talab qilmoqda. Darslarni o‘tishda esa ilg‘or pedagogik texnologiyalarni [2-6] qo‘llash esa davr talabi bo‘lib qolmoqda. Shu o‘rinda trigonometrik funksiyalar tatbiq etilgan ilmiy izlanishlarni [7-25] aytib o‘tish maqsadga muvofiq. Ilmiy maqolalarning o‘quvchilarga taqdim qilinishi ularni matematikani chuqurroq o‘rganishga undaydi.

Trigonometriya fan bo‘limini har tomonlama va chuqur o‘rganish, buy yo‘nalishdagi qo‘shimcha ilmiy-metodik materiallar orqali matematik bilim va ko‘nikmalarni kengaytirish maqsadga muvofiq bo‘ladi.

Geometriyaning maktab kursidagi boshqa sohalari kabi trigonometriyada ham nazariyani amalda tadbiq etish, ya’ni masalalar yechish malakasini orttirish talab etiladi. Ammo amaliyotda bu sohada ko‘pgina qiyinchiliklarga duch kelinadi.

Shu kabi amaliy masalalarda ham trigometrik masalalarni yechishda qator ekvivalent nisbatlarning tadbiq etish muhim rol o‘ynaydi.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Айзенштат Я.И., Белоцерковская Б.Г. Решение задач по тригонометрии, Учпедгиз, 1960, 129 с.

2. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Айрим рационал тенгламаларни ечишда интерфаол усулларни қўлланилиши ҳақида // Science and Education, scientific journal, 2:10 (2021), p. 586-595.

3. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Айрим иррационал тенгламаларни ечишда интерфаол усулларни қўлланилиши // Science and Education, scientific journal, 2:10 (2021), p.596-607.

4. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.

5. Шукурова М.Ф., Раупова М.Х. Каср тартибли интегралларни ҳисоблашга доир методик тавсиялар // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), 65-76 b.
6. Тиллабоев Е.К. О преподавании непрерывности функции многих переменных с помощью интерактивных методов // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), 1053-1060 b.
7. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2 (2021), p.870-879.
8. Расулов Х.Р. О некоторых символах математического анализа // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), p.66-77.
9. Расулов Х.Р. О понятие асимптотического разложения и ее некоторые применения // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), pp.77-88.
10. Xaydar R. Rasulov. On the solvability of a boundary value problem for a quasilinear equation of mixed type with two degeneration lines // Journal of Physics: Conference Series 2070 012002 (2021), pp.1–11.
11. Rasulov H. KD problem for a quasilinear equation of an elliptic type with two lines of degeneration // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 6:10 (2019), p.35-38.
12. Салохитдинов М.С., Расулов Х.Р. (1996). Задача Коши для одного квазилинейного вырождающегося уравнения гиперболического типа // ДАН Республики Узбекистан, №4, с.3-7.
13. Расулов Х.Р. Об одной краевой задаче для уравнения гиперболического типа // «Комплексный анализ, математическая Физика и нелинейные уравнения» Международная научная конференция Сборник тезисов Башкортостан РФ (оз. Банное, 18 – 22 марта 2019 г.), с.65-66.
14. Rasulov X.R. (2020). Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration // Uzbek Mathematical Journal, №3, pp.117-125.

15. Расулов Х.Р. (1996). Задача Дирихле для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения // ДАН Республики Узбекистан, №12, с.12-16.
16. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Яшиева Ф.Ю. Икки жинсли популяция ва унинг математик модели ҳақида // Science and Education, scientific journal, 2:10 (2021), p.81-96.
17. Rasulov X.R. (2018). On a continuous time F - quadratic dynamical system // Uzbek Mathematical Journal, №4, pp.126-131.
18. Rasulov H. Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration // Центр научных публикаций (buxdu. uz) 5:5 (2021).
19. Исломов Б., Расулов Х.Р. (1997). Существование обобщенных решений краевой задачи для квазилинейного уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения // ДАН Республики Узбекистан, №7, с.5-9.
20. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, с. 197-199.
21. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Модуль қатнашган баъзи тенглама, тенгсизлик ва тенгламалар системаларини ечиш йўллари // Science and Education, scientific journal, 2:9 (2021), p.7-20.
22. Бозорова Д.Ш., Раупова М.Х. О функции Грина вырождающегося уравнения эллиптического типа // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), c.14-22.
23. Жамолов Б.Ж., Раупова М.Х. О функции Римана вырождающегося уравнения гиперболического типа // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), c.23-30.
24. Rasulov X.R. Sayfullayeva Sh.Sh. Buzilish chizig'iga ega bo'lgan elliptik tipdagi tenglamalar uchun qo'yiladigan chegaraviy masalalar haqida // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), p.46-54.

25. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. О существовании обобщенного решения краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа // Вестник науки и образования, 97:19-1 (2020), С. 6-9.