ПАРАБОЛИК ТИПДАГИ ТЕНГЛАМА УЧУН ГРИН ФОРМУЛАСИ ВА ЕЧИМНИНГ ИНТЕГРАЛ ИФОДАСИ

Ҳилола Ботировна Элмурадова
Бухоро давлат университети
helmuradova@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Бу мақолада параболик типдаги тенглама чегараланган соҳада қаралган. Тенглама ечими учун Грин формуласи тузиб олинган. Бу формулани қўллаб ечимнинг интеграл ифодаси келтириб чиқарилган.

Калит сўзлар: параболик типдаги тенглама, Грин функцияси, фундаментал ечим, чегаравий масала, характеристика

THE GREEN FORMULA FOR PARABOLIC TYPE EQUATION AND INTEGRAL REPRESENTATION

Hilola Botirovna Elmuradova
Bukhara State University
helmuradova@mail.ru

ABSTARCT

In this article parabolic equation is considered in a bounded domain. The Green function is constructed to solve the equation. This formula gives an integral expression of the solution.

Keywords: parabolic type equation, Green function, Fundamental solution, Borderline, characteristics

КИРИШ

Математика фанини ўқитишда ўқитувчи интерфаол методлардан мавзуга мувофиқини танлай билиши муҳим ҳисобланади. Ўқитувчи интерфаол методлардан аввало оддийдан мураккабга ўтиш назариясига амал қилган ҳолда фойдаланмоғи лозим. Илғор педагогик технология асосида ташкил этилган дарслар ўқувчиларда билимларни яхлит ўзлаштирилишига ёрдам беради. [1-30] мақолаларда умумтаълим мактабларида ва олий таълим муассасаларида Математика фанини ўқитишда қўлланиладиган интерфаол методлар кенг ёритилган. Бу методларнинг ютуқ ва камчиликлари санаб ўтилган. Методларни қўллаш бўйича намуналар берилган.

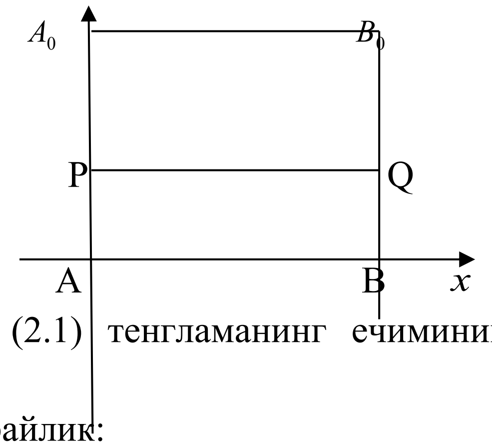
Мазкур мақолада Олий таълим муассасалари 5130100 – «Математика» таълим йўналишида ўқитиладиган «Дифференциал тенглама» фанининг муҳим мавзуларидан бири «Параболик типдаги тенглама учун Грин формуласи» мавзусини ўқитишда фойдаланиладиган асосий маълумотлар ҳамда бу мавзуни ўқитишда муҳим маълумот ҳисобланади.

ДАСТЛАБКИ МАЪЛУМОТЛАР

Қуйидаги

$$L(u) \equiv a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \qquad (2.1)$$

тенгламани Ω соҳада караймиз.



Ω деб $x = 0$, $x = l$ да AA_0, BB_0 кесмалар билан, $t = 0$, $t = T$ да AB, A_0B_0 кесмалар билан чегараланган соҳани белгилаймиз.

Бу параграфда Грин формуласини ва (2.1) тенгламанинг ечимининг интеграл ифодасини келтириб чиқарамиз.

Шу мақсадда ушбу қўшма операторни қарайлик:

$$M(\vartheta) \equiv a^2\frac{\partial \vartheta^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0 \qquad (2.2)$$

$PABQ$ соҳа учун қуйидаги интеграл ифодани ёзамиз:

$$\vartheta L(u) - uM(\vartheta) = \vartheta u_t - u\vartheta_t - a^2\vartheta u_{xx} + a^2 u\vartheta_{xx} = (u\vartheta)_t - a^2(\vartheta u_x - u\vartheta_x)_x$$

бу ерда $u(x,t)$ ва $\vartheta(x,t)$ функциялар $C^2(\Omega)\cap C^1(\overline{\Omega})$ синфга тегишли.

Қуйидаги Грин формуласини тузамиз:

$$\iint\limits_{PABQ}[\vartheta L(u) - uM(\vartheta)]dxdt = \oint\limits_{\Gamma}[u\vartheta dx + a^2(\vartheta u_x - u\vartheta_x)dt] \qquad (2.3)$$

Г деб $PABQ$ соҳанинг ёпиқ чегараси белгиланган. Агар $u(x,t)$ ва $\vartheta(x,t)$ функциялар (2.1) ва (2.2) тенгламаларнинг ечимлари бўлса, (2.3) тенгламанинг чап тарафи нолга тенг бўлади ва унинг ўнг тарафини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\int\limits_{PQ} u\vartheta dx = \int\limits_{AB} u\vartheta dx + \int\limits_{BQ} a^2[\vartheta u_x - u\vartheta_x]dt - \int\limits_{AP} a^2[\vartheta u_x - u\vartheta_x]dt \qquad (2.4)$$

$L(u) = 0$ тенгламасининг ечими $u(x,t)$ бўлсин.

$\vartheta(x,t;\xi,\eta) = G_0(x,t:\xi,\eta)$ функция эса (2.1) тенгламанинг фундаментал ечими бўлсин, яъни

$$G_0(x,t:\xi,\eta)=\frac{1}{2a\sqrt{\pi(t-\eta)}}\left[e^{-\left(\frac{x-\xi}{4a^2(t-\eta)}\right)}-e^{-\left(\frac{x+\xi}{4a^2(t-\eta)}\right)}\right] \qquad (2.5)$$

Текшириб кўриш қийин эмаски, $G_0(x,t:\xi,\eta)$ функция (x,t) ўзгарувчилар бўйича $L(G_0)=0$ ва (ξ,η) ўзгарувчилар бўйича эса $M(G_0)$ тенгламани қаноатлантиради.

Фараз қилайлик, M нуқта Ω соҳанинг ички нуқтаси бўлсин. $u(x,t)$ функцияни M нуқтадаги қийматини аниқлаймиз. M_1 нуқтанинг координатаси $(x,t+h)$ бўлсин, бу ерда h>0. M нуқта орқали PQ характеристика ўтказамиз. $ABQP$ соҳа бўйича (2.4) формула ўзгарувчиларини x ни ξ га, t ни η га алмаштириб,

$$u=u(\xi,\eta) \qquad \text{ва} \qquad \vartheta=G_0(x,t+h;\xi,\eta) \qquad (2.6)$$

функцияларни (2.4) формулага қўллаб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\int_{PQ}\frac{e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2h}}-e^{-\frac{(x+\xi)^2}{4a^2h}}}{2a\sqrt{\pi n}}u(\xi,t)d\xi=\int_{PABQ}[u(\xi,\eta)G_0(x,t+h;\xi,\eta)d\xi+ \qquad (2.7)$$

$$+a^2\left(G_0\frac{\partial u}{\partial\xi}-u\frac{\partial G}{\partial\xi}\right)d\eta\Big]$$

Энди бу тенгликни $h\to0$ да лимитга ўтамиз. Бу ерда $G_0(x,t+h;\xi,\eta)$ ва $\frac{\partial G}{\partial\xi}$ узлуксиз функциялар

$$\lim_{h\to0}\int_{PQ}\frac{e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2h}}-e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2h}}}{2a\sqrt{\pi h}}u(\xi,t)d\xi=\lim_{h\to0}\int_{PQ}\frac{e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2h}}}{2a\sqrt{\pi h}}u(\xi,t)d\xi-$$

$$-\lim_{h\to0}\int_{PQ}\frac{e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2h}}}{2a\sqrt{\pi h}}u(\xi,t)d\xi$$

$$I_1=\lim_{h\to0}\int_{PQ}\frac{e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2h}}}{2a\sqrt{\pi h}}u(\xi,t)d\xi\,,\ I_2=\lim_{h\to0}\int_{PQ}\frac{e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2h}}}{2a\sqrt{\pi h}}u(\xi,t)d\xi$$

$$I_1=\lim_{h\to0}\int_0^l\frac{e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2h}}}{2a\sqrt{\pi n}}u(\xi,t)d\xi=\left\{\frac{\xi-x}{2a\sqrt{h}}=z,\ \begin{matrix}\xi=2a\sqrt{h}z+x\\ d\xi=2a\sqrt{h}dz\end{matrix}\right\}=$$

$$=\lim_{h\to0}\int_{\frac{-x}{2a\sqrt{h}}}^{\frac{l-x}{2a\sqrt{h}}}\frac{e^{-z^2}}{2a\sqrt{\pi h}}u(2a\sqrt{h}z+x,t)2a\sqrt{h}dz=$$

$$=\frac{u(x,t)}{\sqrt{\pi}}\lim_{h\to0}\int_{\frac{-x}{2a\sqrt{h}}}^{\frac{l-x}{2a\sqrt{h}}}e^{-z^2}dz<\frac{u(x,t)}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-z^2}dz=u(x,t)$$

$$I_2 = \lim_{h\to 0}\int_{PQ}\frac{e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2h}}}{2a\sqrt{\pi h}}u(\xi,t)d\xi =$$

$$=\lim_{h\to 0}\int_0^l \frac{e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2h}}}{2a\sqrt{\pi n}}u(\xi,t)d\xi = \left\{\frac{x+\xi}{2a\sqrt{h}} = z, \begin{matrix}\xi = 2a\sqrt{h}z - x \\ d\xi = 2a\sqrt{h}dz\end{matrix}\right\} =$$

$$=\lim_{h\to 0}\int_{\frac{x}{2a\sqrt{h}}}^{\frac{x+l}{2a\sqrt{h}}}\frac{e^{-z^2}}{2a\sqrt{\pi h}}u(2a\sqrt{h}z - x,t)2a\sqrt{h}dz =$$

$$=\lim_{h\to 0}\int_{\frac{x}{2a\sqrt{h}}}^{\frac{x+l}{2a\sqrt{h}}}\frac{e^{-z^2}}{\sqrt{\pi}}u(2az\sqrt{h} - x,t)dz$$

$$=\frac{u(-x,t)}{\sqrt{\pi}}\lim_{h\to 0}\int_{\frac{x}{2a\sqrt{h}}}^{\frac{x+l}{2a\sqrt{h}}}e^{-z^2}dz < \frac{u(-x,t)}{\sqrt{\pi}}\lim_{h\to 0}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-z^2}dz = u(-x,t)$$

$$I_1 - I_2 = u(x,t) - u(-x,t) = u_1(x,t) \tag{2.8}$$

$$u_1(x,t) \sim u(x,t)$$

Агар (x,t) нуқта PQ характеристикада ётса, (2.1) тенглама ечимининг интеграл ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$u(x,t) = \int_{PABQ} u(\xi,\eta)G_0(x,t;\xi,\eta)d\xi + a^2\int_{BQ+PA}\left(G_0\frac{\partial u}{\partial \xi} - u\frac{\partial G_0}{\partial \xi}\right)d\eta \tag{2.9}$$

REFERENCES

1. Элмуродова Х.Б. (2016). Условия существования виртуального уровня обобщенной модели фридрихса. *Молодой ученый,* 13(117), 62-65.

2. Элмуродова Х.Б. (2016). Кубический числовой образ на примерах. *Молодой ученый,* 12(116), 70-73.

3. Худаяров С.С. (2018). Метод разложение в прямой интеграл для одной операторной матрицы. *Ученый* XXI *века,* 4-1(39), 21-22.

4. Худаяров С.С. (2018). Исследование спектра диагональных матриц. *Ученый* XXI *века,* 4-1(39), 17-18.

5. Худаяров С.С. (2018). Существенный спектр дополнения шура одной операторной матрицы. *Молодой ученый,* 8(112), 28-30.

6. Худаяров С.С., Умуров Х.Х. (2016). Некоторые свойства собственных чисел матрицы 2 × 2. *Молодой ученый,* 10(114), 18-20.

7. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. (2020). Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики. *Наука, техника и образование*, 8(72), 29-32.

8. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. (2021). Роль математики в биологических науках. *Проблемы педагогики*, 2(53), 7-10.

9. Расулов Т.Ҳ., Расулов Х.Р. (2021). Ўзгариши чегараланган функциялар бўлимини ўқитишга доир методик тавсиялар. *Scientific progress*, 1(2), 559-567.

10. Умарова У.У. (2020). Роль современных интерактивных методов в изучении темы «Множества и операции над ними». *Вестник науки и образования*, 16(94), 21-24.

11. Boboeva M.N., Rasulov T.H. (2020). The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students. *Academy*, 4(55), 68-71.

12. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. (2020). The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics. *International Journal of Scientific & Technology Research*, 4(9), 3068-3071.

13. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. (2020). Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics. *Academy*, 4(55), 65-68.

14. Расулов Т.Х. (2020). Инновационные технологии изучения темы линейные интег-ральные уравнения. *Наука, техника и образование*, 9(73), 74-76.

15. Тошева Н.А. (2020). Междисциплинарные связи в преподавании комплексного анализа. *Вестник науки и образования*, 16(94), 29-32.

16. Хайитова Х.Г. (2020). Использование эвристического метода при объяснении темы «Непрерывные линейные операторы» по предмету «Функциональный анализ». *Вестник науки и образования*, 16(94), 25-28.

17. Rasulov T.H., Rasulova Z.D. (2019). Organizing educational activities based on interactive methods on mathematics subject. *Journal of Global Research in Mathematical Archives*, 6(10), 43-45.

18. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. (2021). О некоторых вольтерровских квадратичных стохастических операторах двуполой популяции с непрерывным временем. *Наука, техника и образование*, 2-2(72), 23-26.

19. Rasulov X.R., Qamariddinova Sh.R. (2021). Ayrim dinamik sistemalarning tahlili haqida. *Scientific progress*, 1(2), 448-454.

20. Расулов Х.Р., Джўрақулова Ф.М. (2021). Баъзи динамик системаларнинг сонли ечимлари ҳақида. *Scientific progress*, 1(2), 455-462

ISSN: 2181-1601

21. Расулов Т.Х., Бахронов Б.И. (2015). О спектре тензорной суммы моделей Фридрихса. *Молодой учёный*, 9, 17-20.
22. Бахронов Б.И., Холмуродов Б.Б. (2021). Изучение спектра одной 3x3-операторной матрицы с дискретным спектром. *НТО*, 2-2(77), 31-34.
23. Хайитова Х., Ибодова С. (2021). Алгоритм исследования собственных значений модели Фридрихса. *Наука, техника и образование*, 2-2(77), 48-52.
24. Умарова У.У., Отамуродов Ф. Р. (2021). Алгоритм работы с приёмом “Корзина идей” и применение к теме “Полином жегалкина”. *Наука, техника и оброзавание,* 77(2), 42-45.
25. Umarova U.U., Sharipova M.Sh. (2021). «Bul funksiyalari» bobini o’qitishda «6x6x6» va «Charxpalak» metodi. *Scientific progress,* 1(2), 786-793.
26. Умарова У.У. (2020). Мулоҳазалар ва улар устида амаллар мавзусини «кичик гуруҳларда ишлаш» методи ёрдамида ўқитиш. *Современная психология и педагогика: проблемы, анализ и результаты*, 27-32.
27. Курбонов Г.Г. (2021). Информационные технологии в преподавании аналитической геометрии. *Проблемы педагогики*, 2(53), 11-14.
28. Бобоева М.Н. (2020). Проблемная образовательная технология в изучении систем линейных уравнений с многими неизвестными. *Наука, техника и образование*, 9(73), 48-51.
29. Марданова Ф.Я. (2020). Использование научного наследия великих предков на уроках математики. *Проблемы педагогики*, 6(51), 40-43.
30. Бобоева М.Н., Шукурова М.Ф. (2020). Обучение теме «множества неотрицательных целых чисел» с технологией «Бумеранг». *Проблемы педагогики*, 6(51), 81-83.