

**БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ
МАТЕМАТИК АНАЛИЗ КАФЕДРАСИ**

**МАТЕМАТИКА ВА УНИ
ЎҚИТИШНИНГ ЗАМОНАВИЙ
УСУЛЛАРИ**
(мақолалар тўплами)

II

БУХОРО–2021

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА
МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ
МАТЕМАТИК АНАЛИЗ КАФЕДРАСИ

**МАТЕМАТИКА ВА УНИ ЎҚИТИШНИНГ
ЗАМОНАВИЙ УСУЛЛАРИ**

(мақолалар тўплами)

II

БУХОРО–2021

1. Sh.A.Alimov, O.R.Xolmuhamedov, M.A.Mirzaahmedov. Algebra. Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 9-sinfi uchun darslik. "O'qituvchi" nashriyot-matbaa ijodiy uyi, Toshkent-2014.
2. Ж.Х.Хусанов. Математика (прогрессия ва лимитлар). Академик лицей ва касб-хунар коллежлари учун ўқув қўлланма. "Ўқитувчи" нашриёти, Тошкент, 2002.
3. А.А.Абдухамедов, Ҳ.А.Насимов, У.М.Носиров, Ж.Х.Хусанов. Алгебра ва анализ асослари. I-қисм. "Ўқитувчи" нашриёти, Тошкент, 2001.
4. Ёш математик қомусий луғати. Ўрта ва катта ёшдаги мактаб ўқувчилари учун (Махсус муҳаррир: А.Аъзамов). Қомуслар Бош таҳририяти. Тошкент, 1991 й., 480 б.

ТАКРОРИЙ КОМБИНАЦИЯЛАРГА ОИД МАСАЛАЛАР ЕЧИШ МЕТОДИКАСИ

Ҳилола ЭЛМУРАДОВА

БухДУ Дифференциал тенгламалар кафедраси ўқитувчиси

Нигора ШАРИПОВА

БухДУ Математика таълим йўналиши 2-босқич талабаси

Бизга маълумки, умумий ўрта таълим мактаб дарсликларида математика фанининг комбинаторика элементлари ва эҳтимоллар назарияси бўлимларининг бошланғич тушунчалари мавжуд. Ҳозирда мактаб ўқувчилари такрорий комбинатсиялардан фойдаланиб масалалар ечишда қийинчиликка учрашишади. Биз ушбу ишда такрорли ўринлаштиришлар, такрорли ўрин алмаштиришлар, такрорий комбинатсиялар формулаларини бир-биридан фарқларини ҳамда масалалар ечишда қўллаш усулларини кўрсатамиз.

Комбинаторика – бу дискрет математиканинг дискрет тўплам элементларини берилган қоидалар асосида танлаш ва жойлаштириш билан боғлиқ бўлган масалаларни ечиш усулларини ўрганувчи бўлиmdir.

Такрорли ўринлаштиришлар

Бизга қандайдир $X=(1,2,3)$ тўплам элементларидан компоненталари такрорланадиган жуфтликларни топиш талаб қилинсин. Бу жуфтликлар 11, 12,

13, 21, 22, 23, 31, 32, 33 жами 9 та бўлар экан. Агар тўплам элементлари кўп бўлса, у ҳолда иш анча мураккаблашади шунинг учун формула топиш талаб қилинади.

Еслатма (Кўпайтмани топиш қондаси):

Теорема: А ва В чекли тўпламлар элементларидан тузилган жуфтликлар сони шу тўпламлар элементлари сонларининг кўпайтмасига тенг:

$$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B) \quad (1)$$

Умуман олганда m та элементли X тўплам элементларидан тузилган такрорланадиган k та компонентали k таликлар сони k та бир хил тўплам $X \times X \times \dots \times X$ тўплам элементларининг сонига тенг(теоремага кўра), бу сон k та $n(X)$ кўпайтувчи кўпайтмасидан иборат:

$$n(X) \cdot n(X) \cdot \dots \cdot n(X) = (n(X))^k = m^k$$

Таъриф: m та элементли X тўплам элементларидан тузилган ва компоненталари такрорланадиган k таликлар m элементдан k тадан олиб тузилган **такрорли ўринлаштиришлар** дейилади ва уни биз \bar{A}_m^k орқали белгилаймиз.

Демак,

$$\bar{A}_m^k = m^k \quad (2)$$

1-масала: Банкнинг сифрли коди олти хонали сондан иборат. Кодлаштирганда нечта турли комбинатсия тузиш мумкин.

Ечиш. Демак, бизга маълумки математикада 10 та рақам бор (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9). Шу рақамлар ёрдамида мумкин бўлган барча 6 хонали сонларни топиш талаб қилинади. Албатта рақамлар такрорланиши мумкин.

Кодлаштирилганда ҳамма сонлар ҳам 0 бўлиши (000000) ёки 1 бўлиши (111111), ёки бўлиши мумкин. Масала шартига кўра

$$m = 10, k = 6, \text{ формулага асосан } \bar{A}_m^k = m^k = \bar{A}_{10}^6 = 10^6 = 1000000$$

2-масала: 1,3,5,9 рақамлардан нечта 3 хонали сон тузиш мумкин.

Ечиш. Бу масалани икки хил усул билан ишлаб кўрсатамиз.

1-усул. Кўпайтириш қондаси ёрдамида яни дейлик $\blacksquare \blacksquare \blacksquare$ 3 та хона бор, биринчи хонага 4 та рақамдан хоҳлаган бирини қўйишимиз мумкин, иккинчи хонага яна 4 та рақамдан бирини қўйишимиз мумкин, учунчи хонага яна 4 та рақамдан бирини қўйишимиз мумкин, демак $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

2-усул. Такрорли ўринлаштиришлар формуласига асосан $\bar{A}_4^3 = 4^3 = 64$ га тенг бўлади.

3-масала: Биринчи ўринда 3 рақами, иккинчи, учинчи, тўртинчи ва бешинчи ўринларда 0, 1, 2, . . . , 9 рақамларидан исталган бири турадиган нечта телефон рақами бор?

Ечиш. Демак, беш хонали соннинг биринчи рақами 3 билан бошланиши керак, қолганлари 0, 1, 2, . . . , 9 рақамлардан бири бўлиши мумкин экан.

Формулага асосан $m = 1, k = 4, \bar{A}_m^k = m^k = \bar{A}_{10}^4 = 10^4 = 10000$ та 3 рақам билан бошланган телефон рақами бор экан.

Такрорли ўрин алмаштиришлар.

Анаграмма – бу берилган сўзнинг ҳарфларини алмаштириб ҳосил қилинган сўз (маънога эга бўлиши шарт эмас).

4-масала. Китоб сўзида жами нечта анаграмма бор? Қалам сўзидачи? Математика сўзидачи?

Ечиш. Китоб сўзида 5 та хар-хил ҳарф бор, шу сабабли ўринлаштириш формуласига асосан $P_n = n! = 5!$ га тенг бўлади. Ёки кўпайтириш қондасига кўра қуйидагича баён қилиш мумкин, дейлик бешта катак бор, шу катакларга (хар-бир катакка 1 та ҳарф жойлашади) 5 та ҳарфларни жойлаштириб чиқиш керак демак, биринчи катакка 5 та ҳарфдан бирини олиш мумкин, иккинчи катакка қолган 4 та ҳарфдан бирини олиш мумкин, учинчи катакка қолган 3 та ҳарфдан бирини олиш мумкин, тўртинчи катакка қолган 2 та ҳарфдан бирини олиш мумкин ва бешинчи катакка қолган 1 та ҳарф олинади, натижада $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$. Қалам сўзида эса 2 та a ҳарфи бор бу деган агар a лар ўрни алмашса маъно ўзгармайди. Шунинг учун комбинатсиялар сони $2!$ марта ортади, шу сабабли $5!$ ни $2!$ га бўлиш керак. $P_5 = \frac{5!}{2!}$. Математика сўзида 3 та

a ҳарфи 2 та m ҳарфи 2 та t ҳарфи бор. Бу ҳарфларни ўрнини алмаштирган билан сўзнинг ўқилиши бир хил бўлиб қолаверади, жами $10!$ та анаграмма мавжуд аммо шу $10!$ Ичида бир-хил ҳарфлар ўринлари алмашганлари ҳам бор. Шу сабабли комбинатсиялар сони $3!*2!*2!$ Марта ортган, шунинг учун $10!$ ни $3!*2!*2!$ га бўлиб қўйиш керак $P_{10} = \frac{10!}{3!2!2!}$ га тенг бўлади.

Таъриф: Такрорли ўрин алмаштиришлар деб, таркибида a_1 ҳарфи k_1 марта, ..., a_m ҳарфи k_m марта қатнашувчи $k = k_1 + k_2 + \dots + k_m$ узунликдаги ҳар қандай k таликка айтилади. Такрорий ўрин алмаштиришлар сони $P(k_1, \dots, k_m)$ орқали белгиланади.

5-масала: n турли шар ва k та турли яшик бор. Шарларни биринчи яшикка n_1 та, иккинчи яшикка n_2 , учинчи яшикка n_3 та, . . . , k - яшикка n_k тадан қилиб неча хил усулда жойлаштириш мумкин $(n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n)$?

Демак,

$$P(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!} = \frac{(n_1+n_2+n_3+\dots+n_k)!}{n_1!n_2!\dots n_k!} \quad (3)$$

6-масала: Ўқишни билмайдиган бола алифбенинг кесилган “А”, “А”, “А”, “Н”, “Н”, “С” ҳарфларини ихтиёрий равишда териб чиқди. Бунда нечта турли сўз ҳосил бўлади?

Ечиш. A ҳарфи 3 та, H ҳарфи 2 та, C ҳарфи 1 та демак, формулага асосан

$$P(3, 2, 1) = \frac{6!}{3! 2! 1!} = 60$$

Такрорли комбинатсиялар

7-масала. Бешта бир хил шарни учта турли яшикка неча хил усулда жойлаштириш мумкин? Яшикдаги шарлар сони учун ҳеч қандай шарт йўқ.

Ечиш. Учта яшик оламиз ва яшикларни орасига(бўшлиқларга) 1 сонини ёзамиз. Шарларни 0 билаб белгилаймиз. Яни 5 та 0 ва 2 та 1 бор, мисол учун 0000011 дегани 1-яшикда 5 та шар бор, иккинчи яшикда шар йўқ, учинчи яшикда ҳам шар йўқ дегани, яна 1001000 ёзувда биз биринчи яшикда шар йўлигини, иккинчи яшикда 2 та шар борлигини, учунчу яшикда эса 3 та шар борлигини

тушунамиз. Демак, 5 та 0 ва 2 та 1 сонлари ёрдамида мумкин бўлган такрорий комбинатсиялар сонини топшиш масаласига келади. Бундай комбинатсиялар сони $\frac{7!}{5!2!}$ га тенг.

$$\square \quad 1 \quad \square \quad 1 \quad \square$$

8-масала. $x + y + z = 5$ тенглама нечта манфиймас бутун ечимга эга?

Ечиш. Бу масалани ечишда қуйидагича йўл тутамиз. Бешта 1 оламиз яни 1,1,1,1,1 бу бирларби 3 та қутига жойлаштирамиз (ихтиёрий равишда). Айтайли биринчи қутига 3 та 1ни жойлаштирамиз, иккинчи қутига 2 та 1ни жойлаштирамиз, учинчи қутига 1 қолмайди яни қути бўш, ёки ҳамма бирни биринчи қутига жойлаштирамиз қолганлари бўш бўлиб қолади. Юқоридаги масала сингани қутилар оралиғига 1 қўйиб чиқамиз. Натижада жами 7 та сон ҳосил бўлади, бу сонларни ёрдамида жами $\frac{7!}{5!2!}$ та сон топилади.

Таъриф: m хил элементдан k тадан олиб, шундай k таликлар тузиш мумкин бўлсинки, улар ҳеч бўлмаганда бир элементи билан фарқ қилсин, бир хил элементлардан тузилганлари тенг деб ҳисоблансин (элементларнинг тартиби аҳамиятсиздир). Бундай k таликларга m элементдан k тадан олиб тузилган такрорли комбинатсиялар дейилади. Уларнинг сони \bar{C}_m^k орқали белгиланади.

$$\bar{C}_m^k = \bar{C}_{k=m-1}^k = \frac{(k+m-1)!}{k!(m-1)!} \quad (4)$$

га тенг.

10-масала. Дўконда апелсин, анор, шафтоли ва олма шарбати сотилмоқда. Етти дона мева шарбати сотиб олиш керак. Буни неча хил усулда амалга ошириш мумкин?

Ечиш. Юқоридаги формуладан

$$\bar{C}_7^4 = \frac{(7+4-1)!}{7!3!}$$

Фойдаланилган адабиётлар

1. А.У.Абдуҳамидов, Ҳ.А.Насимов, У.М.Носиров, Ж.Ҳ.Хусанов. Алгебра ва

математик анализ асослари III-қисм. Т., “Ўқитувчи” 2002 й.

2. Расулов А.С., Раимова Г.М., Саримсакова Х.Қ. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика. Т. 2005 й.

3. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков . Сборник задач по теории вероятностей М.: Наука, 1999

УМУМИЙ ЎРТА ТАЪЛИМ МАКТАБЛАРИДА ВЕКТОРЛАРНИНГ СКАЛЯР КЎПАЙТМАСИ МАВЗУСИНИ КОМПЬЮТЕРЛИ ТАЪЛИМ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ ЁРДАМИДА ЎҚИТИШНИНГ АФЗАЛЛИКЛАРИ

Шаходат ШАДМАНОВА

*Бухоро шаҳар 30 – умумий ўрта таълим мактабининг
математика фани ўқитувчиси*

Таълим соҳасида замонавий ахборот ва компьютер технологиялар, интернет тизими, рақамли ва кенг форматли телекоммуникацияларнинг замонавий усуллари ўзлаштириш, бугунги тараққиёт даражасини белгилаб берадиган бундай илғор ютуқлар нафақат мактаб, лицей ва коллежлар, олий ўқув юртларига, балки ҳар қайси оила, ҳаётига кенг кириб бориши учун замин туғдиришнинг аҳамиятини чуқур англаб олишимиз лозим.

Ўқитишдаги информацион ва телекоммуникацион технологиялар-бу ўқувчиларга компьютерлар ва телекоммуникация воситалари ёрдамида ахборот узатиш усул ва методларининг мажмуи, билимларни ўзлаштиришни текшириш, реал ҳаётда олинган билимларни қайта ишлаш ва улардан фойдаланиш.

Автоматлаштирилган ўқитиш тизими векторларнинг скаляр кўпайтмаси мавзусини мустақил ўзлаштиришга имкон яратади. Бу тизим ўзида оддий дарслик, масалалар тўплами, маълумотнома ва ўзлаштирилган ахборотни текширувчи эксперт хусусиятларини мужассамлантирган:

- материални ўрганишнинг мақбул йўлини таъминлайди, яъни ўқувчига назарияни ўзлаштириш ва мисоллар ҳамда намунавий масалаларни ечиш

МУНДАРИЖА

1	Т.Расулов, Б.Мамуров. Математика соҳасида мактаб-олий ўқув юрти ҳамкорлигини ривожлантириш истиқболлари	3
2	А.Авезов, М.Намозова, А.Амриллоева. Аниқ интегралнинг иқтисоддаги тадбиқлари	13
3	О.Ахмедов. “Мулоҳазалар алгебраси формулаларнинг асосий хоссалари” мавзусини ўқитишда муаммоли таълим технологияси	19
4	Б.Бахронов. Функция экстремумларини аниқлашнинг баъзи усуллари	25
5	Д.Бешимова, М.Ражабова. Мактаб ўқувчиларига фазода перпендикуляр тўғри чизиқ ва текисликларни ўқитишдаги тушунчалар	31
6	М.Бобоева, Т.Расулов. Мусбат сонлар учун ўрта қийматлар ва улар орасидаги муносабатлар	34
7	М.Бобоева. Математик тушунчаларни киритишнинг абстракт-дедуктив методи	42
8	Ш.Дўстова. Ехсел дастурининг амалий масалалар ечишда тадбиқи	46
9	Ҳ.Латипов. Математика фани ривожига салмоқли ҳисса қўшган айрим машҳур математик олимлар ҳақида	53
10	Б.Мамуров, К.Амриллоева. Тасодифий ҳодиса тушунчасининг шаклланиши	60
11	Ф.Марданова. Математика дарсларида буюк аждодларимиз илмий меъросидан фойдаланиш	62
12	Н.Расулов, Ш.Ҳамидов. Айрим ноанъавий масалаларнинг ечимлари	66
13	Х.Расулов, У.Аслонов. О некоторых методах решений тригонометрических уравнений в средней школе	73
14	А.Рашидов. Ёшлар интеллектуал камолотида ижодий тафаккур ва креативликнинг ўрни	84
15	Г.Сайлиева. 10-синф “Математика” дарслигида келтирилган “тўпламлар ва мантиқ” боби мавзуларини мустаҳкамлашда фойдаланиш мумкин бўлган замонавий педагогик методлар	88
16	Н.Тошева, Т.Файзиев. Тригонометрик тенгсизликларни ечишда алгоритмик методни қўллаш	93
17	Н.Тошева, Д.Дониёрова. Тригонометрик тенгсизликларни ечишда бирлик айланадан фойдаланиш	97
18	У.Умарова. “Мулоҳазалар алгебраси тенг кучли формулалари” мавзусини ўқитишда муаммоли таълим технологиялари	103
19	У.Умарова, Т.Расулов. Мактаб математикасида графлар назарияси	110

	элементларидан фойдаланишга доир баъзи тавсиялар	
20	Ҳ.Ҳайитова. Ўрта мактабда математика фанини ўқитишда умумлаштириш методининг афзалликлари	120
21	З.Ҳамдамов, Т.Расулов. Прогрессиялар учрайдиган баъзи ҳаётий масалалар	125
22	Ҳ.Элмурадова, Н.Шарипова. Такрорий комбинацияга оид масалалар ечиш методикаси	136
23	Ш.Шадманова. Умумий ўрта таълим мактабларида векторларнинг скаляр кўпайтмаси мавзусини компьютерли таълим технологиялари ёрдамида ўқитишнинг афзалликлари	141