Моя профессиональная карьера

Научно-образовательный электронный журнал

ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ

Выпуск №26 (том 6)
(май, 2022)

Международный научно-образовательный
электронный журнал
«ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ»

УДК 37

ББК 94

Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №26 (том 6) (май, 2022). Дата выхода в свет: 31.05.2022.

Сборник содержит научные статьи отечественных и зарубежных авторов по экономическим, техническим, философским, юридическим и другим наукам.

Миссия научно-образовательного электронного журнала «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ» состоит в поддержке интереса читателей к оригинальным исследованиям и инновационным подходам в различных тематических направлениях, которые способствуют распространению лучшей отечественной и зарубежной практики в интернет пространстве.

Целевая аудитория журнала охватывает работников сферы образования (воспитателей, педагогов, учителей, руководителей кружков) и школьников, интересующихся вопросами, освещаемыми в журнале.

Материалы публикуются в авторской редакции. За соблюдение законов об интеллектуальной собственности и за содержание статей ответственность несут авторы статей. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов статей. При использовании и заимствовании материалов ссылка на издание обязательна.

© ООО «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА»

© Коллектив авторов

ФИО автора: *Elmuradova Hilola Botirovna*
Buxoro davlat universiteti Fizika-matematika fakulteti
Название публикации: «TENGSIZLIK YORDAMIDA YECHILADIGAN BA’ZI MASALALAR»

Annotatsiya: Ushbu maqolada ko’p masalalarni tengsizlik yordamida yechish bo‘yicha metodik tavsiyalar berilgan. Tengsizliklarni yechish uchun kerakli teoremalar isboti bilan berilib, qaysi holatlarda ishlatilishi keltirib o’tilgan.
Kalit so‘zlar: Tengsizliklar, o’rta arifmetik qiymat, o’rta geometrik qiymat, garmonik qatorlar, yaqinlashuvchi qatorlar, qatorning qismiy yig’indilari

«НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ, РЕШАЕМЫЕ НЕРАВЕНСТВОМ »

Элмурадова Хилола Ботировна
Бухарский государственный университет, Физико-математический факультет

Аннотация: В данной статье даны методические рекомендации по решению многих задач с использованием неравенств. Теоремы, необходимые для решения неравенств, приведены с доказательством, и в каких случаях они используется
Ключевые слова: Неравенства, среднее арифметическое значение, среднее геометреческое значение, гармонические ряды, приближающиеся ряды, частичные суммы ряда

Ko’p masalalarimiz tengsizliklar orqali hal qilinishi sababli, uni o’rgatish pedagogdan chuqur ilmiy bilimni talab qiladi. Masalalar turlicha bo’lganligi sababli, ([2], [3], [6]) ularga tengsizliklarni tadbiq qilish ham turlicha bo’ladi. ([3], [5], [6], [7],) Masalalarga o’ziga xos yondashish ham ilmiy, ham pedagogik bilimni talab qiladi.
Matematika fanida tengsizliklarning o’rni qanday? Qaysi hollarda ulardan foydalaniladi? Qanday masalalar tengsizliklarga olib kelib hisoblanadi? Bu savollarga javoblarni ba’zi hollarini shu maqolada ko’rib o’tamiz.

Ba’zi masalalar o’rta arifmetik qiymat va o’rta geometrik qiymatlarning o’zaro bo’g’lanishiga keltiriladi. ([1], [5], [6]) Maqolada o’rta arifmetik qiymat va o’rta geometrik qiymat orasidagi bog’lanishlarga doir teoremalar keltirilgan va bu teoremalar yordamida yechiladigan masalalar qaralgan.

1. O‘rta arifmetik va o‘rta geometrik qiymatlar.

Agar $x_1, x_2, ..., x_n$ lar musbat sonlar bo‘lsa, u holda

$$a = \frac{x_1 + ... + x_n}{n},$$

$$g = \sqrt[n]{x_1 ... x_n}$$

sonlariga mos ravishda $x_1, x_2, ..., x_n$ sonlarining o‘rta arifmetik va o‘rta geometrik qiymatlari deyiladi. Bu sonlar uchun fransuz matematigi O.Koshi tomonidan $g \le a$ ekanligi isbotlangan. Bu isbotni keltirishdan oldin yordamchi teoremani bayon kilib isbotlaymiz.

Teorema 1. Agar n ta $x_1, x_2, ..., x_n$ sonlarning kupaytmasi 1 ga teng, ya’ni $x_1 \cdot ... \cdot x_n = 1$ bo‘lsa, u holda

$$x_1 + ... + x_n \ge n$$

tengsizlik o‘rinlidir.

Isbot. Matematik induksiya usulidan foydalanib isbotlaymiz. Avvalo teorema tasdig‘i $n = 2$ hol uchun o‘rinli ekanligini, ya’ni $x_1 x_2 = 1$ tenglikdan $x_1 + x_2 \ge 2$ tengsizlik kelib chikishini isbotlaymiz. Bu masalani hal kilish uchun ikkita holni qaraymiz:

1-hol. $x_1 = x_2 = 1$ bo‘lsin. Bu holda $x_1 + x_2 = 2$ bo‘lib, teorema isboti tugaydi.

2-hol. $0 < x_1 < x_2$ bo‘lsin. Bu holda $x_1 x_2 = 1$ ekanligidan $x_1 < 1$ va $x_2 > 1$ bo‘lishi kelib chiqadi. Ushbu

$$(1 - x_1)(x_2 - 1) = x_2 + x_1 - x_1 x_2 - 1$$

tenglikka ko‘ra

$$x_1 + x_2 = x_1 x_2 + 1 + (1 - x_1)(x_2 - 1) \qquad (1)$$

munosabatni hosil qilamiz.

Ta’kidlash joizki, (1)- tenglik x_1 va x_2 larga hech kanday cheklovlarsiz o‘rinlidir.

$x_1 x_2 = 1$ shartga kura

$x_1 + x_2 = 2 + (1 - x_1)(x_2 - 1)$

tenglik o‘rinlidir. Nihoyat $x_1 < 1 < x_2$ bo‘lganligi uchun $(1 - x_1)(x_2 - 1) > 0$, shu sababli $x_1 + x_2 > 2$. Shunday qilib, teorema $n = 2$ hol uchun isbotlandi. E’tirof qilish lozimki, $x_1 + x_2 = 2$ tenglik faqat va faqat $x_1 = x_2$ bo‘lgandagina bajariladi. Agar $x_1 \neq x_2$ bo‘lsa, u holda $x_1 + x_2 > 2$.

Endi matematik indutsiya metodiga tayangan holda teorema tasdig‘i $n = k$ uchun o‘rinli, ya’ni agar $x_1 x_2 ... x_k = 1$ bo‘lsa, u holda

$$x_1 + x_2 + ... + x_k \geq k$$

o‘rinli bo‘lsin deb faraz qilib, teorema tasdig‘ini $n = k + 1$ uchun isbotlaymiz. Shunday qilib, agar $x_1 x_2 ... x_k x_{k+1} = 1$ bo‘lsa, u holda

$$x_1 + x_2 + ... + x_k + x_{k+1} \geq k + 1$$

ekanligini isbotlaymiz, bunda $x_1 > 0,\ x_2 > 0, ..., x_k > 0,\ x_{k+1} > 0$.

Avvalo shuni ta’kidlash lozimki, agar

$$x_1 x_2 ... x_k x_{k+1} = 1$$

bo‘lsa, quyidagi ikki hol bo‘lishi mumkin:

1) barcha $x_1, x_2, ..., x_k, x_{k+1}$ ko‘paytuvchilar bir xil, ya’ni $x_1 = x_2 = ... = x_k = x_{k+1}$;
2) ko‘paytuvchilarning kamida bittasi qolganlaridan farq qiladi.

Birinchi holda har bir ko‘paytuvchi 1 ga teng, ularning yig‘indisi esa $k + 1$ ga teng, ya’ni

$$x_1 + x_2 + ... + x_k + x_{k+1} = k + 1$$

Ikkinchi holda esa $x_1, x_2, ..., x_k, x_{k+1}$ ko‘paytuvchilar orasida birdan kattalari ham, birdan kichiklari ham topiladi. Chunki, agar barcha ko‘paytuvchilar birdan kichik bo‘lsa, ularning ko‘paytmasi ham birdan kichik bo‘lar edi.

Faraz qilaylik, aniqlik uchun $x_1 < 1,\ x_{k+1} > 1$ bo‘lsin.

U holda

$$(x_1 x_{k+1}) x_2 x_3 ... x_k = 1.$$

$y_1 = x_1 x_{k+1}$ deb olib, $y_1 x_2 x_3 ... x_k = 1$ ni hosil qilamiz. Bu yerda k ta musbat sonning ko‘paymasi birga teng, farazimizga ko‘ra, ularning yig‘indisi k dan kichik emas, ya’ni $y_1 + x_2 + ... + x_k \geq k$

Biroq

$$x_1+x_2+x_3+...+x_k+x_{k+1}=(y_1+x_2+x_3+...+x_k)+x_{k+1}-y_1+x_1\geq$$
$$\geq k+x_{k+1}-y_1+x_1=(k+1)+x_{k+1}-y_1+x_1-1$$

Endi $y_1=x_1x_{k+1}$ ekanligini hisobga olib

$$x_1+x_2+x_3+...+x_k+x_{k+1}\geq(k+1)+x_{k+1}-x_1x_{k+1}+x_1-1=$$
$$=(k+1)+(x_{k+1}-1)(1-x_1)$$

ni hosil qilamiz. $x_1<1$ va $x_{k+1}>1$ bo‘lganligi uchun $(x_{k+1}-1)(1-x_1)>0$ o‘rinli bo‘ladi va shu sababli

$x_1+x_2+x_3+...+x_k+x_{k+1}\geq(k+1)+(x_{k+1}-1)(1-x_1)>k+1$ kelib chiqadi.

Shunday qilib, 1-teorema to‘liq isbot bo‘ldi.

1-teorema tadbiqlariga oid misollar qaraymiz.

1-misol. Agar $x_1,x_2,...,x_n$ lar musbat sonlar bulsa,

$$\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_3}+...+\frac{x_{n-1}}{x_n}+\frac{x_n}{x_1}\geq n$$

ekanligini isbotlang, bunda tenglik belgisi bajarilishi uchun $x_1=x_2=x_3=...=x_n$ bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Yechish. Ma’lumki,

$$\frac{x_1}{x_2}\cdot\frac{x_2}{x_3}\cdot...\cdot\frac{x_{n-1}}{x_n}\cdot\frac{x_n}{x_1}=1.$$

U holda qaralayotgan tengsizlik 1-teoremadan kelib chiqadi. Tenglik belgisi esa faqat

$$\frac{x_1}{x_2}=\frac{x_2}{x_3}=...=\frac{x_{n-1}}{x_n}=\frac{x_n}{x_1}=1$$

bo‘lganda, ya’ni $x_1=x_2=x_3=...=x_n$ bo‘lganda bajariladi.

Endi asosiy tengsizlikni isbotlaymiz.

Teorema 2. Musbat sonlarning o‘rta geometrigi shu sonlar o‘rta arifmetigidan katta emas. Agar $x_1,x_2,...,x_n$ sonlardan kamida bittasi qolganlaridan farqli bo‘lsa, bu sonlarning o‘rta geometrigi shu sonlar o‘rta arifmetigidan qat’iy kichik bo‘ladi.

Isbot. $g=\sqrt[n]{x_1\cdot...\cdot x_2}$ tenglikdan

$$1=\sqrt[n]{\frac{x_1}{g}\cdot\frac{x_2}{g}\cdot\ldots\cdot\frac{x_n}{g}}$$

yoki

$$\frac{x_1}{g}\cdot\frac{x_2}{g}\cdot\ldots\cdot\frac{x_n}{g}=1$$

tenglikni hosil qilamiz. n ta musbat sonlar ko‘paytmasi birga teng bo‘lganligi uchun 1-teoremaga ko‘ra bu sonlarning yig‘indisi n dan kichik emas, ya’ni

$$\frac{x_1}{g}+\frac{x_2}{g}+\ldots+\frac{x_n}{g}\geq n.$$

Oxirgi tengsizlikning ikkala tomonini g ga ko‘paytirib, so‘ngra n bo‘lib

$$a=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}\geq g$$

hosil qilamiz. Ta’kidlash joizki tenglik bajarilishi uchun

$$\frac{x_1}{g}=\frac{x_2}{g}=\ldots=\frac{x_n}{g}=1,\text{ ya’ni } x_1=x_2=x_3=\ldots=x_n=g$$

bajarilishi zarur va yetarlidir. Agar $x_1,x_2,\ldots,x_n$ sonlardan kamida bittasi qolganlaridan farq qilsa, u holda $a>g$ bo‘ladi. 2-teorema isbotlandi.

2-misol. Ushbu

$$n!<\left(\frac{n+1}{2}\right)^n,\quad n\geq 2 \qquad (2)$$

tengsizlikni isbotlang.

Yechish. 2-teoremaga ko‘ra

$$\sqrt[n]{n!}=\sqrt[n]{1\cdot 2\cdot 3\ldots\cdot n}<\frac{1+2+3+\ldots+n}{n}=\frac{(n+1)n}{2n}=\frac{n+1}{2}$$

munosabatlar o‘rinlidir. Oxirgi tengsizlikning har ikkala tomonini n-darajaga ko‘tarib (2) tengsizlikni hosil qilamiz.

2. Limitlarni hisoblashda tengsizliklarning tatbiqlari. Quyidagi masalalarda 1-va 2-punkda isbotlangan tengsizliklar yordamida yetarlicha qiyin ketma-ketliklarning limitlarini hisoblaymiz.

3-misol. Agar $\{x_n\}$ ketma-ketlikning hadlari

$$x_1=1,\quad x_2=1-\frac{1}{2},\quad x_3=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3},\ldots,\quad x_n=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\ldots+(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$$

Tengliklar orqali aniqlangan bo‘lsa, u holda $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ ni hisoblang.

Yechish. Berilgan ketma-ketlikning x_{2n} hadini

$$x_{2n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+...+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=$$
$$=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+...+\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n}-2(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+...+\frac{1}{2n})=$$
$$=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+...+\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n}-(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n})=$$

$$=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{2n}$$

kabi yozib olamiz.

$$z_n=\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+...+\frac{1}{2n}$$

belgilash olamiz. Demak, $x_{2n}=z_n-\frac{1}{n}$ ekan. Lekin $\lim\limits_{n\to\infty} z_n=\ln 2$. Shunday qilib,

$$\lim_{n\to\infty} x_{2n}=\lim_{n\to\infty}(z_n-\frac{1}{n})=\ln 2\,.$$

Shuni ta’kidlab o‘tish joizki, $x_{2n+1}=x_{2n}+\frac{1}{2n+1}$ va bunga ko‘ra

$$\lim_{n\to\infty} x_{2n+1}=\lim_{n\to\infty}(x_{2n}+\frac{1}{2n+1})=\ln 2\,.$$

Shunday qilib,

$$\lim_{n\to\infty} x_n=\ln 2$$

natijaga kelamiz.

Izoh: $x_1=a_1$, $x_2=a_1+a_2$,..., $x_n=a_1+...+a_n$ sonlari

$$a_1+a_2+a_3+...+a_n+...$$

ketma-ketlikning qismiy yig‘indilari deyiladi. Agar qatorning qismiy yig‘indilari ketma-ketligi yaqinlashuvchi bo‘lsa, berilgan qator yaqinlashuvchi deyiladi. Bu holda $S=\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ soni qatorning yig‘indisi deyiladi.

3-misolga ko‘ra

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+...+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}+...$$

Qator yaqinlashuvchi bo‘lib, $\ln 2$ ga teng limitga ega bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. P.P. Korovkin. Neravenstva. Izdatelstvo “Nauka”, Moskva,1974, 72 str
2. Элмуродова Х.Б. (2016). Условия существования виртуального уровня обобщенной модели фридрихса. *Молодой ученый,* 13(117), 62-65.
3. Элмуродова Х.Б. (2016). Кубический числовой образ на примерах. *Молодой ученый,* 12(116), 70-73.
4. Санат Худаяров., Ҳилола Элмурадова. (2021). Транспорт масаласи ва унинг математик моделини тузиш. // *Scientific progress*, 2(4), p. 839-848.
5. Ҳилола Ботировна Элмурадова. Параболик типдаги тенглама учун грин формуласи ва ечимнинг интеграл ифодаси. // Scientific progress, 2(4)(2021), p. 1407-1412.
6. Hilola Elmuradova. Aniqmas integrallar mavzusini o‘qitishda “tushunchalar tahlili” usulini qo‘llash. Pedagogik mahorat (maxsus son). 2021 y.,oktabr. б, 67-71.
7. Ҳилола Элмурадова., Нигора Шарипова. Такрорий комбинацияларга оид масалалар ечиш методикаси. Математика ва уни ўқитишнинг замонавий усуллари (II).2021й.,136-141
8. Худаяров С.С. (2018). Метод разложение в прямой интеграл для одной операторной матрицы. *Ученый* XXI *века,* 4-1(39), 21 -22.
9. Худаяров С.С. (2018). Исследование спектра диагональных матриц. *Ученый* XXI *века,* 4-1(39), 17-18.
10. Худаяров С.С. (2018). Существенный спектр дополнения шура одной операторной матрицы. *Молодой ученый,* 8(112), 28-30.
11. Худаяров С.С., Умуров Х.Х. (2016). Некоторые свойства собственных чисел матрицы 2 × 2. *Молодой ученый,* 10(114), 18-20.

12. Шаҳло МЕРОЖОВА., Ҳилола ЭЛМУРАДОВА., Дилноза АЗИМОВА. Чегаравий шартлар бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган параболик типдаги тенглама учун биринчи аралаш масалани ечиш. Pedagogik mahorat (1-son). 2021 y., fevral. b, 150-157.
13. Мережова Ш.Б., Мардонова Ф.Я. Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар» фанини интерфаол усуллардан фойдаланиб ўқитиш самараси ҳақида. «Pedagogik mahorat» 2019 yil, 5-son, 131-133bb
14. Мережова Ш.Б. Понятие прямой и обратной задачи в преподавании предмета уравнений математической физики. Вестник Науки и образования. 19(97), 2, 2020. С. 81 -85.
15. Маматова Н.Х. Преподавание предмета «математика для экономистов» при помощи метода кейс-стади. Вестник Науки и образования. 19(97), 2, 2020. С. 45-50.
16. Мережова Ш.Б., Нуриддинов Ж.З., Мережов Н.И., Хидиров У.Б. Методы решений задачи Коши для уравнения волны в случае n=2 и n=3// Academy. 4 (55), 2020. С.21 -25.
17. Тураева Н.А. Методические рекомендации по обучению будущих учителей математики конструированию и анализу урока. Вестник Науки и образования. 19(97), 2, 2020. С. 45-50.
18. Тураева Н.А. Критерии и уровень овладения умениями системного подхода к конструированию и анализу урока математики. Вестник Науки и образования.11(114), 1, 2021. С. 95-99.
19. Мережова Ш.Б. Решение методом продолжения задач математической физики в полуограниченных областях. «Молодой учёный « международный научный журнал, 2016 12, ЧАСТЬ I, 43-45
20. Merajova Sh.B. Methods of teaching the practical application of topics related to differential equations. European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences Vol. 8 No. 9, 2020 ISSN 2056-5852 pp 37-40

21. Меражова Ш.Б. Некоторые методические трудности, возникающие при нахождении общего решения уравнений математической физики. Вестник Науки и образования. 11(114), 2, 2021. С. 98-102.
22. Merajova Sh.B, Saidova N.M. O‘zgaruvchilarni ajratish usuli haqida. «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ» №25 том 4 (апрель, 2022), 1601-1609
23. Саидова Н.М. Использование математических моделей при изучении различной деятельности экономических систем. // *Scientific progress*, 2(4)(2021), p. 1079-1086.
24. Саидова Н.М, Отажонова С. Trigonometrik masalalarni yechishda ba’zi ekvivalent nisbatlarni tadbiq etish. «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ» №25 том 4 (апрель, 2022), 1640-1651.