VOLUME 3 ISSUE-3

Journal of New Century Innovations

Journal of new century innovations

AREAS

Exact and natural sciences

Pedagogical sciences

Social sciences and humanities

Engineering and Medical Sciences

JOURNAL OF NEW CENTURY INNOVATIONS

IN ALL AREAS

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ СОВЕТЫ ПО ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Даминов Жакбарали Абдивалиевич

Наманганский инженерно-строительный институт

Абдурашидов Мухриддин Довутжон угли

Студент Наманганского инженерно-строительного института

Даминов Жамшидбек Жакбарали угли

Студент Наманганского инженерно-строительного института

Аннотация. В настоящей статье приведен краткий обзор основных теоретических сведений о пределы функции многих переменных. Также, дано определения повторного предела и их свойства, а также иллюстрированы разными примерами. Предлагается упражнение и задачи для самостоятельного решения. Указаны методические советы для вычисления пределов функций многих переменных. Целью настоящей статьи является развитию навыков самостоятельного обучения студентами.

Ключевые слова: множество, аргумент, предельная точка, предел функции, эквивалентность, повторные пределы, бесконечно малая функция, существование предела функции.

SOME METHODOLOGICAL ADVICE IN CALCULATION OF THE LIMITS OF FUNCTIONS OF MULTIVARIABLES

Jakbarali Abduvalievich Daminov,

Namangan Engineering-Construction Institute

Abdurashidov Muxriddin Dovutjon ugli,

Student of Namangan Engineering-Construction Institute

Daminov Jamshidbek Jakbarali ugli,

Student of Namangan Engineering-Construction Institute

Annotation. This article provides a brief overview of the main theoretical information. Also, the definitions of the repeated limit of the function and their properties are given. They are illustrated with disassembled examples. There are a large number of exercises and tasks for independent solution. Some methodological advice is given for calculating the limits of functions of many variables of individual typical problems.The purpose of this article is to develop students' independent learning skills.

Keywords: set, argument, limit point, function limit, equivalence, iterated limits, infinitesimal function, existence of function limit.

Известно, что функции нескольких переменных как естественное обобщение функций одной переменной выделились в самостоятельный раздел математики достаточно давно и являются инструментом, позволяющим описать многие закономерности, существующие в природе (физике, технике, экономике и др.). В настоящее время понятия и математический аппарат функций, зависящих от нескольких переменных, лежит в основе многих дисциплин (например, дифференциальные уравнения в частных производных, линейное программирование и др.) и является необходимым набором знаний современного инженера.

Практика показывают, что не все студенты понимают те теоретические и логические основы, без которых нельзя правильно вычислить пределы функций многих переменных. Это и проявляется на экзаменах и тестах. Некоторые знают теоретические основы положения, но знают их формально. При вычислении пределов, каждый должен владеть тем минимумом теоретических знаний, который необходим для конкретной функции.

В этой связи, сначала дадим краткие сведения о функции многих переменных, определение повторного предела и некоторые теоремы о пределах.

Пусть $\{M\}$ - множество точек пространства E^m. Если каждой точке $M(x_1, x_2, \dots, x_m) \in \{M\}$ поставлено в соответствие некоторое число u, то говорят, что на множестве $\{M\}$ определена функция m переменных, и пишут $u = f(M)$ или $u = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$.

Числовые переменные $x_1, x_2, \dots, x_m$ называются независимыми переменными (или аргументами) функции. Множество $\{M\}$ называется областью определения функции $f(M)$, а число u, соответствующее данной точке M – частным значением функции в точке M. Совокупность $\{u\}$ всех частных значений функции $u = f(M)$ называется множеством значений этой функции.

Функции двух и трех переменных часто обозначают так: $u = f(x, y)$ и $u = f(x, y, z)$.

Пусть функция $u = f(M)$ определена на множестве $\{M\}$ и точка А – предельная точка множества $\{M\}$.

Определение 1 (по Коши). Число b называется пределом функции $f(M)$ в точке A (при $M \to$ А), если $\forall \varepsilon > 0$, $\exists \delta > 0$ такое, что $\forall M$, удовлетворяющей условиям $M \in \{M\}$, $0 < \rho(M, A) < \delta$, выполняется неравенство $|f(M) - b| < \varepsilon$.

Определение 2 (по Гейне). Число b называется пределом функции $f(M)$ в точке A, если для любой сходящейся к A последовательности $\{M_n\}$ такой, что $M_n \in \{M\}$, $M_n \neq A$, соответствующая последовательность значений функции $\{f(M_n)\}$ сходится к b.

Обозначение:

$$\lim_{M \to A} f(M) = b$$

или

$$\lim_{\substack{x_1 \to a_1 \\ \dots \\ x_1 \to a_m}} f(x_1, \dots, x_m) = b,$$

где $a_1, \dots, a_m$ – координаты точки A.

Теорема 1. Пусть функции $f(M)$ и $g(M)$ определены на множестве $\{M\}$ и пусть и $\lim\limits_{M \to A} f(M) = b$, $\lim\limits_{M \to A} g(M) = c$. Тогда

$$\lim_{M \to A} \big(f(M) + g(M)\big) = b + c,$$

$$\lim_{M \to A} \big(f(M) - g(M)\big) = b - c,$$

$$\lim_{M\to A} f(M)g(M) = bc,$$

$$\lim_{M\to A} \frac{f(M)}{g(M)} = \frac{b}{c}, \text{при условии } c \neq 0.$$

Функция $u = f(M)$ называется бесконечно малой при $M \to A$ (в точке A), если $\lim\limits_{M\to A} f(M) = 0$. Если $f(M)$ и $g(M)$ — бесконечно малые функции при $M \to A$ и если $\lim\limits_{M\to g} \frac{f(M)}{g(M)} = 0$, то говорят, что функция $f(M)$ является малой более высокого при $M \to A$ (в точке A), чем $g(M)$, и пишут $f = o(g)$ при $M \to A$.

Пусть функция $u = f(M)$ определена на множестве $\{M\}$, которое содержит точки, сколь угодно удаленные от точки $O(0,0,\dots,0)$.

Определение 3. Число b называется пределом функции $f(M)$ при $M \to \infty$, если $\forall\varepsilon > 0, \exists R > 0$ такое, что $\forall M$, удовлетворяющей условиям, $M \in \{M\}, \rho(M,O) > R$, выполняется неравенство $|f(M) - b| < \varepsilon$.

Для функций многих переменных наряду с обычным понятием предела вводится понятие повторного предела. Оно связано с изучением предела функции при изменении только одной независимой переменной и фиксированных значениях остальных. Рассмотрим это понятие на примере функции двух переменных.

Пусть функция $u = f(x,y)$ определена в прямоугольнике $Q = \{(x,y): |x - x_0| < d_1, |y - y_0| < d_2\}$, кроме, быть может, отрезков прямых $x = x_0$ и $y = y_0$. При фиксированном значении переменной y функция $f(x,y)$ становится функцией одной переменной x.

Пусть для любого фиксированного значения y, удовлетворяющего условию $0 < |y - y_0| < d_2$, существует предел функции $f(x,y)$ при $x \to x_0$ (этот предел зависит, вообще говоря, от y):

$$\lim_{\substack{x\to x_0 \\ y-\text{фикс}}} f(x,y) = \varphi(y).$$

Пусть, далее, предел функции $\varphi(y)$ при $y > y$ существует и равен b: $\lim\limits_{y\to y_0} \varphi(y) = b$, тогда говорят, что в точке $M_0(x_0, y_0)$ существует повторный предел функции $f(x, y)$, и пишут

$$\lim_{y\to y_0} \lim_{x\to x_0} f(x, y) = b.$$

При этом

$$\lim_{\substack{x\to x_0 \\ \text{y−фикс} \\ 0<|\text{y}-y_0|<d_2}} f(x, y)$$

называется внутренним пределом в повторном. Аналогично определяется другой повторный предел

$$\lim_{x\to x_0} \lim_{y\to y_0} f(x, y),$$

в котором внутренним является

$$\lim_{\substack{y\to y_0 \\ x-\text{фикс} \\ 0<|x-x_0|<d_1}} f(x, y).$$

Теорема 2. Пусть в точке $M_0(x_0, y_0)$ существует предел функции $f(x, y)$, равный b ($\lim\limits_{\substack{x\to x_0 \\ y\to y_0}} f(x, y) = b$), а также внутренние пределы в двух повторных пределах этой функции. Тогда существуют повторные пределы

$$\lim_{x\to x_0} \lim_{y\to y_0} f(x, y) \text{ и } \lim_{y\to y_0} \lim_{x\to x_0} f(x, y),$$

причем каждый из них равен b.

Отметим, что обратное утверждение неверно. Понятие повторных пределов функции можно ввести и для того случая, когда x_0 (либо y_0, либо x_0 и y_0) равно $+\infty$ (или $-\infty$, или $+\infty$}.

Для закрепления пройденную темы предлагаем упражнении и задачи для самостоятельного решение. При этом студентам рекомендуется изучения дополнительная литература (стр. 354, Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, 1-том).

1. Сформулируйте два определения предела функции $f(M)$ в точке A. Что означает эквивалентность этих определений?

2. Для каждого из двух определений предела функции $f(M)$ в точке A сформулируйте отрицание определения;

3. Может ли быть так, что $\lim_{M\to A} f(M) = b$, $\lim_{M\to A} g(M) = c$, где b и c - числа, но равенство $\lim_{M\to A}\big(f(M) + q(M)\big) = b + c$ не выполняется?

4. Сформулируйте определение бесконечно малой функции $f(M)$ более высокого порядка при $M \to A$, чем g(M). Приведите пример таких функций;

5. Дайте определение предела функции $f(M)$ при M$\to \infty$. Приведите пример непостоянной функции $f(M)$, у которой $\lim_{M\to\infty} f(M) = 1$.

6. Дайте определение повторного предела функции $f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.

7. Известно, что функция $f(x, y)$ имеет в данной точке предел и повторное пределы. Могут ли какие-то два из них быть неравными?

Приведем некоторые методические советы для вычисления пределов функций многих переменных отдельных типовых задач

1. Доказать, что функция $f(x; y) = (x + y)\, sin\frac{1}{x} sin\frac{1}{y}$ является бесконечно малой в точке $O(0,0)$.

Доказательство. Согласно определению бесконечно малой функции требуется доказать, что $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} f(x; y) = 0$. Отметим, что функция $f(x, y)$ не определена на осях координат, но точка $O(0; 0)$ является предельной точкой области определения $f(x, y)$, и, значит, можно рассмотреть вопрос о пределе функции в точке O (0,0).

Воспользуемся определением предела функции по Коши. Зададим произвольное $\varepsilon > 0$ и положим $\delta = \varepsilon/2$, тогда если $\rho\big(M(x, y), O(0,0)\big) = \sqrt{x^2 + y^2 < \delta}$, то $|x| < \delta$ и $|y| < \delta$. Следовательно,

$$|f(x, y) - 0| = |(x + y)\sin(1/x)\sin(1/y)| \le |x| + |y| < 2\delta = \varepsilon.$$

Это и означает что $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} f(x;y) = 0$.

2. Вычислить предел:

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}} (1+xy)^{2/(x^2+xy)}.$$

Решение. Представим функцию в виде $\left[(1+xy)^{1/(xy)}\right]^{2y(x+y)}$. Так как $z = xy \to 0$ при $\begin{pmatrix} x\to 0\\ y\to 2\end{pmatrix}$, то

$$\lim_{\substack{x-0\\ y-2}} (1+xy)^{1/(xy)} = \lim_{z-0} (1+z)^{1/z} = e.$$

Далее, $\lim\limits_{\substack{x-0\\ y-2}} \frac{2y}{x+y} = 2$ (в силу теоремы 1). Поэтому искомый предел равен e^2.▲

3. Существует ли предел $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{xy}{x^2+y^2}$.

Пусть точка $\mathrm{M}(x,y)$ стремится к точке $O(0,0)$ по прямой $y = kx$, проходящей через точку O. Тогда получим

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0\\ (y=kx)}} \frac{xy}{x^2+y^2} = \lim_{x\to 0} \frac{kx^2}{x^2+k^2x^2} = \frac{k}{1+k^2}.$$

Таким образом, приближаясь к точке $O(0,0)$ по различным прямым, соответствующим разным значением k получаем разные предельные значения. Отсюда следует, что пределы данной функции в точке $O(0,0)$ не существует.

4. Вычислить предел:

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{x+2y}{x^2-2xy+2y^2}.$$

Решение. Перейдём к полярным координатам $x = \rho\cos\varphi, y = \rho\sin\varphi$. Тогда

$$\frac{x+2y}{x^2-2xy+2y^2} = \frac{1}{\rho}\frac{\cos\varphi + 2\sin\varphi}{\cos\varphi^2 - 2\cos\varphi\sin\varphi + 2\sin\varphi^2} = \frac{1}{\rho}\frac{f(\varphi)}{g(\varphi)},$$

а условие $M(x,y) \to \infty$ эквивалентна условию $\rho \to \infty$. При $\rho \to \infty$ первый множитель $1/\rho$ стремится к нулю. Докажем ограниченность второго сомножителя функции $f(\varphi)/g(\varphi)$ при $0 \le \varphi \le 2\pi$. Отсюда будет следовать что, искомый предел равен нулю.

Очевидно, что $|f(\varphi)| \le 3$, а для функции $g(\varphi)$ нетрудно установить, что её минимальное значение положительно. Это можно сделать, используя известные методы исследования на экстремум функции одной переменной, а можно и проще, а именно, запишем $g(\varphi)$ в виде $g(\varphi) = (\cos\varphi - sin\varphi)^2 + sin^2\varphi$. Ясно, что $g(\varphi) > 0$ при $0 \le \varphi \le 2\pi$, а так как $g(\varphi)$ - непрерывная функция, то она имеет на сегменте минимальное значение, причём $m = \min\limits_{[0;2\pi]} g(\varphi) > 0$. Итак $g(\varphi) \ge m > 0$. Следовательно, $|f(\varphi)/g(\varphi)| \le 3/m$, т.е. функция $f(\varphi)/g(\varphi)$ ограничена при $0 \le \varphi \le 2\pi$.

5. Вычислить повторные пределы функции $f(x,y) = \frac{ax+by}{cx+dy}$ в точке $O(0,0)$ при условии $c \ne 0, d \ne 0$.

Решение. Так, как

$$\lim_{x\to 0}\lim_{y\to 0} f(x,y) = \lim_{x\to 0}\left(\lim_{\substack{y\to 0\\ x-\text{фикс}\\ x\ne 0}} \frac{ax+by}{cx+dy}\right) =$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\lim_{\substack{y\to 0\\ x-\text{фикс}\\ x\ne 0}} \frac{a+by/x}{c+dy/x}\right) = \lim_{x\to 0}\frac{a}{c} = \frac{a}{c}.$$

Аналогично получаем

$$\lim_{x\to 0}\lim_{y\to 0} f(x,y) = \frac{b}{d}.$$

Приведем дополнительные задачи и упражнения

для самостоятельной работы

1. Докажите, что функция $f(x,y)$ является бесконечно малой в точке $O(0,0)$ если

а) $f(x,y)=\frac{x^2}{|x|+|y|}$; б) $f(x,y)=\sin(x+y)\ln(x^2+y^2)$.

2. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to a}}\frac{\sin xy}{x}$; б) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 0}}\frac{tg2xy}{x^2y}$; в) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 3}}(1+xy^2)^{\frac{y}{x^7y+xy^2}}$;

г) $\lim\limits_{\substack{y\to\infty\\ x\to\infty}}\frac{ax+by}{x^2+2xy+y^2}$; д) $\lim\limits_{\substack{y\to\infty\\ x\to\infty}}\frac{x^2+y^2}{x^4+y^4}$; е) $\lim\limits_{\substack{y\to\infty\\ x\to\infty}}\frac{x^2+y^2}{|x^3|+|y^3|}$;

ж) $\lim\limits_{\substack{y\to\infty\\ x\to\infty}}(x+y)e^{-(x^2+y^2)}$; з) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}(x^2+y^2)^{|x|}$.

3. Докажите, что следующие пределы не существуют:

а) $\lim\limits_{\substack{y\to 0\\ x\to 0}}\frac{x^2+xy+y^2}{x^2-xy+y^2}$;

б) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to a}}\frac{ln(x+y)}{y}$;

в) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{sin|x-y|}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

4. Докажите, что функция $f(x,y)=\frac{x^2y}{x^4+y^2}$ обладает следующими свойствами:

а) при стремлении точки $M(x,y)$ к точке $O(0,0)$, по любой прямой, проходящей через точки $O(0,0)$ предел функции равен нулю; б) предел функции в точке $O(0,0)$ не существует.

5. Вычислите повторные пределы

$$\lim_{x\to x_0}\lim_{y\to y_0} f(x,y) \text{ и } \lim_{y\to y_0}\lim_{x\to x_0} f(x,y),$$

если:

а) $f(x,y)=\frac{2x^2+xy+y^2}{x^2-xy+2y^2}$, $x_0=0, y_0=0$;

b) $f(x;y)=\frac{\sin(2x+y)}{2x+3y}$, $x_0=0, y_0=0$;

c) $f(x;y)=\frac{cosx-cosy}{x^2+y^2}$, $x_0=0, y_0=0$;

d) $f(x;y) = 2^{\frac{sinx-siny}{\sqrt{x^2+y^2}}}$, $x_0 = 0, y_0 = 0;$

e) $f(x;y) = 7^{\frac{sin3x-tg2y}{6x+3y}}$, $x_0 = 0, y_0 = 0;$

f) $f(x;y) = \frac{x^2+y^2}{x^2+y^4}$, $x_0 = 0, y_0 = 0;$

g) $f(x;y) = \frac{x^y}{1+x^y}$, $x_0 = \infty, y_0 = 0;$

h) $f(x;y) = sin\frac{\pi(x+y)}{2x+3y}$, $x_0 = \infty;\ y_0 = \infty.$

6. Существует ли предел и повторные пределы функции $f(x,y)$ в точке (x_0, y_0) если:

a) $f(x,y) = \frac{x^6+y^6}{x^2+y^2}$, $x_0 = 0, y_0 = 0;$

b) $f(x,y) = log_x(x+y)$, $x_0 = 1, y_0 = 0;$

c) $f(x,y) = \frac{sinx+siny}{x+y}$, $x_0 = 0, y_0 = 0.$

Известно, что теория функций многих переменных, особенно последовательностей в $m-$ мерном пространстве, широко используется практически во всех областях математики и механики, а также инженерной строительстве. Примерами этого являются [1-14] исследования по этим направлениям, основанные на передовых педагогических технологиях и научные статьи [15-30], где исследуются и применяются в практических задачах функции многих переменных.

В заключение отметим, что в предлагаемой методике по преподавание вычисление пределов функций многих переменных, основное внимание уделено представление учебных материалов с простого к сложному. Здесь, особое внимание уделены составлению вопросов и задач (вопросы и задания полностью охватывали тему) для решения в практической занятие и самостоятельной работы, а также активного общения со студентами. Самостоятельное изучение предложенных вопросов и задач, развивает у студентов навыки по вычислению предела (кратного и повторного) многомерной функции. При составление вопросов и задач для самостоятельной работы студенты-соавторы (которые, заранее изучали темы) вложили большую свою лепту. Предложенная в статье схема по преподавание темы (некоторые методики по вычисление пределов функций многих переменных), неоднократно оценены положительно студентами.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Mahmudov Z.S., Daminov J.A., Rahimov A.M. The Use Of Cluster Method In Lectures On Theoretical Mechanics // International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT), vol. 27, 2018, p.145-147.
2. Gafurovich D.U., Sotivoldievich Z.M. The use of non-conventional power sources is a requirement of the period // Academicia Globe: Inderscience Research. vol. 2, №07, 2021, p.121-126.
3. Махмудов З.С., Дехканов У.Г. Повышение благосостояния народа-основная цель государства // Электронный инновационный вестник. №3, 2021, с.12-14.
4. Sotivoldievich Z.M., Rakhimdjanovich K.V. About the Method of Assessing Students' Knowledge // Design Engineering. 2021, issue 9, p.9579-9585.
5. Sotivoldievich Z. M. A Method of Assessing Students' Knowledge in Practical Classes // Design Engineering. 2021. p.9573-9578.
6. Махмудов З. С. Применение диаграммы Венна на занятиях // Электронный инновационный вестник. 2021. №1, с.4-5.
7. Ulugbek D., Yodgorjon T. Rotors Of Wind Aggregates and Their Construction Problems // International Journal of Progressive Sciences and Technologies. 2021. vol. 27, №1, p.148-154.
8. Abdivalievich D.J. Increasing student activity in lectures on the subject of structural mechanics // Innovative Technologica: Methodical Research Journal. 2021, vol. 2, №07, p.38-42.
9. Kenjaboevich T.Y. Domino interactive in theoretical mechanics lectures apply the method // Innovative Technologica: Methodical Research Journal. 2021. vol. 2, №07, p. 43-48.
10. Yodgor T., Abduvaliyevich D.J., Insomiddin N. The Effect of the Number of Rotor Plates on the Vertical Axis on the Value of the Moment of Inertia // Design Engineering. 2021, p.5504-5509.
11. Махмудов З. С. и др. Ҳозирги кун ёшлари олдига қўйиладиган вазифалар хусусида // Научное знание современности. 2017. №6, с.11-14.
12. Тиллабоев Ё., Махмудов З. Возможности теории графа в электрических системах // Теория и практика современной науки. 2016. №7, с.310-315.
13. Тиллабаев Ё.К. и др. Возможности mathcad при определении переходных переходных процессов //Научное знание современности. 2017. №6, с.122-125.

14. Sotivoldievich M.Z. et al. The use of venn diagrams in independent study of theoretical mechanics // International journal of social science & INTERDISCIPLINARY, 2022. vol. 11, p.192-197.

15. Abduvalievich D. J. et al. On the assessment of students'knowledge in the lessons of structural mechanics // International journal of social science & interdisciplinary research, 2022. vol. 11, p.14-20.

16. Тиллабоев Е.К. Последовательности точек в m-мерном Евклидовом пространстве // Science and Education, scientific journal, 3:2 (2022), c.28-37.

17. Тиллабоев Е.К. О преподовании непрерывности функции многих переменных с помощью интерактивных методов // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), c.1053-1062.

18. Маҳмудов З. С. и др. Қурувчи-муҳандисларга назарий механика фанини ўқитишда фанлараро узвийликни таъминлаш // Научное знание современности. 2017, №8, с.20-22.

19. Даминов Ж.А., Хакимов А.Ф. Математическое описание импульсной нагрузки и её обоснование при погружении свай в грунт // Научное знание современности. 2017. №6. с.52-56.

20. Daminov J.A., Tillaboev Y.K., Agzamov K.S., Isaboev Sh.M., Abdujabborov A.A. The mechanism of experimental determination of the angular velocity of the working shaft of the wind unit // Design Engineering, 2021. vol 9, p.11814-11821.

21. Махмудов З.С., Тиллабоев Ё.К. Роль учебно-методического комплекса в повыщении качества знаний студентов-энергетиков // Online electric, 2016/6/18.

22. Тиллабоев Е.К., Хакимов Р.М., Холмирзаев И.А. Организация приближённого решения уравнений состояния электрической цепи в MathCAD // Молодой ученый, 2015. №9, с.44-48.

23. Тиллабоев Ё.К., Холмирзаев И.А. Определение базисных контуров с помощью графа в электрических системах // Теория и практика современной науки, 2016, №7, с.315-318.

24. Xaydar R. Rasulov. On the solvability of a boundary value problem for a quasilinear equation of mixed type with two degeneration lines // Journal of Physics: Conference Series 2070 012002 (2021), pp.1-11.

25. Rasulov Kh. Boundary value problem in a domain with deviation from the characteristics for one nonlinear equation of a mixed type // Modern problems of applied mathematics and information technologies Al-Khwarizmi 2021, november, 2021, Fergana, Uzbekistan, p. 149.

26. Rasulov X.R. (2020). Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration // Uzbek Mathematical Journal, №3, p.117-125.

27. Расулов Х.Р. (1996). Задача Дирихле для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения // ДАН Республики Узбекистан, №12, с.12-16.
28. Rasulov X.R. (2018). On a continuous time F - quadratic dynamical system // Uzbek Mathematical Journal, №4, pp.126-131.
29. Rasulov H. Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration // Центр научных публикаций (buxdu. uz) 5:5 (2021).
30. Расулов Х.Р. О понятие асимптотического разложения и ее некоторые применения // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), p.77-88.
31. Расулов Х.Р. О некоторых символах математического анализа // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), p.66-77.

TABLE OF CONTENTS / ОГЛАВЛЕНИЯ / MUNDARIJA

JOURNAL OF NEW CENTRY INNOVATIONS

IN ALL AREAS