

ISSN 2181-6883

# PEDAGOGIK MAHORAT

**Ilmiy-nazariy va metodik jurnal**

**MAXSUS SON  
(2021-yil, oktabr)**

**Jurnal 2001-yildan chiqa boshlagan**

**Buxoro – 2021**

# PEDAGOGIK MAHORAT

## Ilmiy-nazariy va metodik jurnal 2021, Maxsus son

Jurnal O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi OAK Rayosatining 2016-yil 29-dekabrda qarori bilan **pedagogika** va **psixologiya** fanlari bo‘yicha dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim bo‘lgan zarurii nashrlar ro‘yxatiga kiritilgan.

Jurnal 2001-yilda tashkil etilgan.

Jurnal 1 yilda 6 marta chiqadi.

Jurnal O‘zbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2016-yil 22-fevral № 05-072-sonli guvohnoma bilan ro‘yxatga olingan.

**Muassis: Buxoro davlat universiteti**

**Tahririyat manzili:** O‘zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko‘chasi, 11-uy

Elektron manzil: ped\_mahorat@umail.uz

**TAHRIR HAY’ATI:**

**Bosh muharrir:** Adizov Baxtiyor Rahmonovich – pedagogika fanlari doktori, professor

**Bosh muharrir o‘rinbosari:** Navro‘z-zoda Baxtiyor Nigmatovich – iqtisodiyot fanlari doktori, professor

**Mas’ul kotib:** Hamroyev Alijon Ro‘ziqulovich – pedagogika fanlari doktori (DSc), dotsent

*Xamidov Obidjon Xafizovich, iqtisodiyot fanlari doktori*

*Begimqulov Uzoqboy Shoyimqulovich, pedagogika fanlari doktori, professor*

*Mahmudov Mels Hasanovich, pedagogika fanlari doktori, professor*

*Ibragimov Xolboy Ibragimovich, pedagogika fanlari doktori, professor*

*Yanakiyeva Yelka Kirilova, pedagogika fanlari doktori, professor (N. Rilski nomidagi Janubiy-G‘arbiy Universitet, Bolgariya)*

*Qahhorov Siddiq Qahhorovich, pedagogika fanlari doktori, professor*

*Mahmudova Muyassar, pedagogika fanlari doktori, professor*

*Kozlov Vladimir Vasilyevich, psixologiya fanlari doktori, professor (Yaroslavl davlat universiteti, Rossiya)*

*Chudakova Vera Petrovna, psixologiya fanlari nomzodi (Ukraina pedagogika fanlari milliy akademiyasi, Ukraina)*

*Tadjixodjayev Zokirxo‘ja Abdusattorovich, texnika fanlari doktori, professor*

*Amonov Muxtor Raxmatovich, texnika fanlari doktori, professor*

*O‘rayeva Darmonoy Saidjonovna, filologiya fanlari doktori, professor*

*Durdiyev Durdimurod Qalandarovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor*

*Mahmudov Nosir Mahmudovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor*

*Olimov Shirinboy Sharopovich, pedagogika fanlari doktori, professor*

*Qiyamov Nishon Sodiqovich, pedagogika fanlari doktori (DSc), professor*

*Qahhorov Otabek Siddiqovich, iqtisodiyot fanlari doktori (DSc), dotsent*

# ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ МАСТЕРСТВО

## Научно-теоретический и методический журнал

### 2021, специальный выпуск

Журнал включен в список обязательных выпусков ВАК при Кабинете Министров Республики Узбекистан на основании Решения ВАК от 29 декабря 2016 года для получения учёной степени по педагогике и психологии.

Журнал основан в 2001г.

Журнал выходит 6 раз в год

Журнал зарегистрирован Бухарским управлением агентства по печати и массовой коммуникации Узбекистана.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации № 05-072 от 22 февраля 2016 г.

**Учредитель: Бухарский государственный университет**

**Адрес редакции:** Узбекистан, г. Бухара, ул. Мухаммад Икбол, 11.

e-mail: ped\_mahorat@umail.uz

#### **РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:**

**Главный редактор:** Адизов Бахтиёр Рахманович – доктор педагогических наук, профессор

**Заместитель главного редактора:** Навруз-заде Бахтиёр Нигматович – доктор экономических наук, профессор

**Ответственный редактор:** Хамраев Алижон Рузикулович – доктор педагогических наук (DSc), доцент

*Хамидов Обиджон Хафизович, доктор экономических наук*

*Бегимкулов Узакбай Шаимкулович, доктор педагогических наук, профессор*

*Махмудов Мэлс Хасанович, доктор педагогических наук, профессор*

*Ибрагимов Холбой Ибрагимович, доктор педагогических наук, профессор*

*Янакиева Елка Кирилова, доктор педагогических наук, профессор (Болгария)*

*Каххаров Сиддик Каххарович, доктор педагогических наук, профессор*

*Махмудова Муяссар, доктор педагогических наук, профессор*

*Козлов Владимир Васильевич, доктор психологических наук, профессор (Ярославль, Россия)*

*Чудакова Вера Петровна, PhD (Психология) (Киев, Украина)*

*Таджиходжаев Закирходжа Абдусаттарович, доктор технических наук, профессор*

*Аманов Мухтор Рахматович, доктор технических наук, профессор*

*Ураева Дармоной Саиджановна, доктор филологических наук, профессор*

*Дурдыев Дурдымурад Каландарович, доктор физико-математических наук, профессор*

*Махмудов Насыр Махмудович, доктор экономических наук, профессор*

*Олимов Ширинбой Шарофович, доктор педагогических наук, профессор*

*Киямов Нишон Содикович, доктор педагогических наук, профессор*

*Каххаров Отабек Сиддикович, доктор экономических наук (DSc)*

# **PEDAGOGICAL SKILLS**

## **The scientific-theoretical and methodical journal**

### **2021, special release**

The journal is submitted to the list of the scientific journals applied to the scientific dissertations for **Pedagogic** and **Psychology** in accordance with the Decree of the Presidium of the Ministry of Legal office of Uzbekistan Republic on Regulation and Supervision of HAC (The Higher Attestation Commission) on December 29, 2016.

The journal is published 6 times a year  
The journal is registered by Bukhara management agency for press and mass media in Uzbekistan.  
The certificate of registration of mass media № 05-072 of 22 February 2016

**Founder: Bukhara State University**

**Publish house:** Uzbekistan, Bukhara, Muhammad Ikbol Str., 11.  
e-mail: ped\_mahorat@umail.uz

#### **EDITORIAL BOARD:**

**Chief Editor:** Pedagogical Sciences of Pedagogy, Prof. Bakhtiyor R. Adizov.  
**Deputy Editor:** Pedagogical Sciences of Economics, Prof. Bakhtiyor N. Navruz-zade.  
**Editor:** Doctor of Pedagogical Sciences( DSc), Asst. Prof. Alijon R. Khamraev

*Doctor of Economics Sciences Obidjan X. Xamidov*  
*Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Uzakbai Sh. Begimkulov*  
*Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Mels Kh. Mahmudov*  
*Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Holby I.Ibrahimov*  
*Ph.D. of Pedagogical Sciences, Prof. Yelka K. Yanakieva (Bulgaria)*  
*Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Siddik K. Kahhorov*  
*Doctor of Pedagogical Sciences, Prof.M.Mahmudova*  
*Doctor of Psychology, Prof. Vladimir V. Kozlov (Yaroslavl, Russia)*  
*Ph.D. of Psychology, Vera P. Chudakova (Kiev, Ukraina)*  
*Doctor of Technical sciences, Prof. Mukhtor R.Amanov*  
*Doctor of Technical sciences, Prof. Zakirkhodja A. Tadjikhodjaev*  
*Doctor of Philology, Prof. Darmon S. Uraeva*  
*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Prof. Durdimurod K. Durdiev*  
*Doctor of Economics, Prof. Nasir N. Mahmudov*  
*Doctor of Pedagogical Science, Prof. Shirinboy Sh. Olimov*  
*Doctor of Pedagogical Science, Prof. Nishon S. Kiyamov*  
*Doctor of Economics Sciences Otabek S.Kahhorov*

## MUNDARIJA

To‘lqin RASULOV, Xaydar RASULOV. Funksiyaning to‘la o‘zgarishini hisoblashdagi asosiy qoidalar.....	6
Ramazon MUXITDINOV, Mehinbonu SAYITOVA. $S^2$ simpleksda aniqlangan kvadratik operatorlar to‘plamining chekka nuqtalari .....	12
Ramazon MUXITDINOV, Mehinbonu SAYITOVA. Sodda simpleksda aniqlangan kvadratik opertorlar to‘plamining chekka nuqtalari .....	16
Boboxon MAMUROV, Nargiza JO‘RAYEVA. Kombinatorik munosabatlar va ularning geometrik isbotlari haqida .....	20
Muyassar BOBOYEVA, Hakimboy LATIPOV. $\pi$ soni va uning o‘rganilish tarixi.....	23
Elyor DILMURODOV, Gulhayo UMIRQULOVA. Qutb kordinatalar sistemasi va uning ba’zi tatbiqlari haqida .....	29
Umida UMAROVA. Graflar nazariyasining olimpiada masalalarini yechishda tatbiqlari .....	34
Muyassar BOBOYEVA. “Matritsalar haqida tushuncha va ular ustida amallar” mavzusini ayrim interfaol metodlardan foydalanib o‘qitish.....	38
Elyor DILMURODOV, G‘ulomjon QURBONOV. Geometriyani o‘qitishda innovatsion texnologiyalardan foydalanish tamoyillari .....	43
Alijon AVEZOV, Sunnatillo BO‘RONOV. Matematika fanini o‘qitishning asosiy metodlari .....	47
Alijon AVEZOV. Matematika o‘qitishning tatbiqiy metodlari.....	52
Umida UMAROVA, Feruza MARDONOVA. Fikrlar logikasi va uning ba’zi tatbiqlari.....	57
Shahlo DO‘STOVA. Tengsizliklar, yuqori darajali va murakkab tengsizliklarni oraliqlar usulidan foydalanib yechish.....	61
Hilola ELMURADOVA. Aniqmas integrallar mavzusini o‘qitishda “tushunchalar tahlili” usulini qo‘llash. 67	67
Gulhayo UMIRQULOVA. O‘nli logarifmlarni jadval yordamida hisoblashga doir uslubiy ko‘rsatmalar.....	71
Gulrux SAYLIYEVA. Diskret matematika va matematik mantiq” fanining amaliyot darslarida o‘tilgan mavzuni mustahkamlashda “g‘oyaviy charxpalak”, “charxpalak” texnologiyasi va “assotsatsiyalar” metodlaridan foydalanish .....	75
Xilola XAYITOVA. O‘rta maktab matematika fanining “matnli masalalar va ularni yechish usullari” mavzusini o‘qitishda muammoli ta’lim metodidan foydalanish .....	79
Bekzod BAHRONOV, Farangis JO‘RAQULOVA. Funksiyalarni taqqoslash va uning tadbqiqiga doir misollar .....	83
Farangis JO‘RAQULOVA, Bekzod BAHRONOV. Funksiyaning qavariqligi va botiqligi mavzusini o‘qitish uchun metodik tavsiyalar.....	87
Nargiza TOSHEVA, Dildora ISMOILOVA. Ikki kanalli molekulyar-rezonans modeli xos qiymatlarining sonini aniqlash .....	91
Nargiza TOSHEVA, Mirzabek SHODIYEV. Ermit matritsalar va ularning xossalarini “bumerang” metodi orqali o‘rganish.....	95
Олимжон АХМЕДОВ. Задачи и методы обучения, определяемые особенностями математической науки .....	99
Олимжон АХМЕДОВ. Стратегии поиска и поддержки талантливой молодежи, в рамках проведения олимпиад и других интеллектуальных состязаний.....	103
Feruza MARDANOVA. Predikatlar haqida ayrim mulohazalar.....	107
Shuhrat JO‘RAYEV, Gavhar SAIDOVA. Boshlang‘ich sinf o‘quvchilarini sodda arifmetik masalalar yechishga o‘rgatish.....	111
Anvarjon RASHIDOV. Yoshlar intellektual kamolotida ijodiy tafakkur va kreativlikning o‘rni.....	114
Anvarjon RASHIDOV, Hakimboy LATIPOV. Amaliy mashg‘ulot darslarda to‘liq o‘zlashtirish texnologiyasini joriy etish .....	117
G‘ulomjon QURBONOV. Analitik geometriya fanini kompyuterli ta’lim texnologiyalari asosida o‘qitishning didaktik imkoniyatlari .....	120
“Педагогик маҳорат” журнали учун мақолаларни расмийлаштириш талаblari.....	124

15. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. О некоторых вольтерровских квадратичных стохастических операторах двуполой популяции с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.23-26.

**Nargiza TOSHEVA**

Buxoro davlat universiteti  
matematik analiz kafedrası o‘qituvchisi

**Mirzabek SHODIYEV**

Buxoro davlat universiteti  
fizika – matematika fakulteti  
3-bosqich talabasi

## ERMIT MATRITSALARI VA ULARNING XOSSALARINI “BUMERANG” METODI ORQALI O‘RGANISH

*Ushbu maqolada Ermit matritsasi haqida tushuncha, uning qo‘llanilishi hamda ayrim xossalari va misollar berilgan. Musbat matritsalarining xossalari keltirilgan. “Bumerang” interfaol metodini qo‘llash va u yordamida musbat matritsalarini o‘rganish usullari ko‘rsatib o‘tilgan.*

**Kalit so‘zlar:** ermit, argument, kompleks, vektor, matritsa, transponerlash, musbat matritsa, funksiya, simmetrik.

*В этой статье представлена информация о герметичных матрицах, их применении, а также некоторые их свойства и примеры. Приведены свойства положительных матриц. Показаны способы использования интерактивного метода “Бумеранг” и способы изучения положительных матриц с его помощью.*

**Ключевые слова:** Отишельник, аргумент, комплекс, вектор, матрица, транспондер, положительная матрица, функция, симметричный.

*This article provides information about sealed matrices, their application, as well as some of their properties and examples. The properties of positive matrices are given. The ways of using and ways of studying positive matrices by interactive “Boomerang” method are shown.*

**Key words:** hermit, argument, complex, vector, matrix, transponder, positive matrix, function, symmetric.

**Kirish.** Maqolada Ermit matritsasi va xossalari o‘qitish hamda ulardan foydalangan holda ayrim matritsalarini musbat matritsa bo‘lishini osonlikcha ko‘rsatish bo‘yicha ilmiy-uslubiy tavsiyalar berilgan. Bu mavzu hozirgi vaqtda dolzarb bo‘lib, olib borilayotgan bir qator ilmiy maqolalarda o‘z aksini [11, 15] topgan.

**Asosiy qism.** Ermit matritsasini o‘qitishda ilg‘or pedagogik texnologiyalardan keng qo‘llanildi. Xususan, “Bumerang” metodidan foydalanildi. Ushbu metod o‘quvchilarni dars jarayonida, darsdan tashqarida turli adabiyotlar, matnlar bilan ishlash, o‘rganilgan materialni yodida saqlab qolish, so‘zlab berish, fikrini erkin holda bayon eta olish, qisqa vaqt ichida ko‘p ma‘lumotga ega bo‘lish hamda dars mobaynida o‘qituvchi tomonidan barcha o‘qivchilarni baholay olishga qaratilgan.

**Metodning maqsadi.** O‘quv jarayoni mobaynida tarqatilgan materiallarning o‘quvchilar tomonidan yakka va guruh holatida o‘zlashtirib olishlari hamda suhbat-munozara va turli savollar orqali tarqatma materiallardagi matnlar qay darajada o‘zlashtirilganligini nazorat qilish va baholash jarayoni mobaynida har bir o‘quvchi tomonidan o‘z baholarini egallashiga imkoniyat yaratishdan iborat.

**Metodning qo‘llanishi.** Amaliy mashg‘ulotlar hamda suhbat-munozara shaklidagi darslarda yakka tartibda, kichik va jamoa shaklida foydalanilishi mumkin.

$C$  kompleks sonlar to‘plami,  $C^n = \underbrace{C \times \dots \times C}_n$  - dekart ko‘payma,  $M_n(C)$  esa elementlari kompleks sonlar

bo‘lgan barcha  $n \times n$  matrisalar to‘plami bo‘lsin. Bizga  $z = x + iy$  kompleks son berilgan bo‘lsin.  $x \in R$  son  $z$  ning haqiqiy qismi deyiladi va  $Re z$  kabi belgilanadi;  $y \in R$  soni esa uning mavhum qismi deyiladi va  $Im z$  kabi belgilanadi;  $x - iy$  kompleks songa  $z$  ga qo‘l o‘shma kompleks son deyiladi va  $\bar{z}$  kabi belgilandi;  $\sqrt{x^2 + y^2}$  songa  $z$  kompleks sonning absolyut qiymati yoki moduli deyiladi va  $|z|$  kabi belgilandi;  $\vec{a}(x, y)$  vektor va  $OX$  o‘qining musbat yo‘nalishi orasidagi burchakga  $z$  kompleks sonning argumenti deyiladi va  $arg z$  kabi belgilanadi [1, 2]. Quyidagi formula o‘rinli:

$$\arg z = \begin{cases} \arctg \frac{y}{x}, \text{ agar } x > 0, y \geq 0 \text{ bo'lsa}; \\ \frac{\pi}{2}, \text{ agar } x = 0, y > 0 \text{ bo'lsa}; \\ \pi + \arctg \frac{y}{x}, \text{ agar } x < 0 \text{ bo'lsa}; \\ \frac{3\pi}{2}, \text{ agar } x = 0, y < 0 \text{ bo'lsa}; \\ 2\pi + \arctg \frac{y}{x}, \text{ agar } x > 0, y > 0 \text{ bo'lsa}; \end{cases}$$

Nol kompleks soni uchun uning argumenti aniqlanmagan. ( $\cdot$ ;  $\cdot$ ) orqali  $C^n$  dagi odatdagi skalyar ko'paymani belgilaymiz, ya'ni  $z^{(j)} = (z_{j1}, \dots, z_{jn}) \in C^n, j = 1, 2$  elementlar uchun ularning skalyar ko'paytmasi

$$(z^{(1)}, z^{(2)}) = \sum_{k=1}^n z_{1k} \overline{z_{2k}}$$

kabi aniqlanadi [3].

Agar  $A \in M_n(C)$  matritsada istalgan  $z \in C^n$  element uchun  $(Az, z) \geq 0$  tengsizlik bajarilsa,  $A$  ga musbat aniqlangan matritsa (yoki qisqacha musbat matritsa) deyiladi. Agar barcha nolmas  $z \in C^n$  elementlar uchun  $(Az, z) > 0$  tengsizlik bajarilsa,  $A \in M_n(C)$  ga qat'iy musbat aniqlangan matritsa (yoki qisqacha qat'iy musbat matritsa) deyiladi.

Agar  $A - B$  musbat matritsa bo'lsa, u holda  $A > B$  deyiladi.

$C$  kompleks sonlar to'plami,  $C^n = C \times C \times \dots \times C$  - dekart ko'payma,  $M_n(C)$  elementlari kompleks sonlar bo'lgan barcha  $n \times n$  matritsalar to'plami bo'lsin.

Agar barcha  $z \in C^n$  lar uchun  $(Az, z) = (z, Az)$  tenglik bajarilsa,  $A \in M_n(C)$  ga ermit (yoki o'z-o'ziga qo'shma) matritsa deyiladi [4, 5].

Boshqacha aytganda  $A$  Ermitian bo'lishi uchun quyudagicha  $a_{ik} = a_{ki}^*$  bo'lishi kerak.

Ermit matritsasi - bu transponeri murakkab kompleks matritsasiga teng bo'lgan murakkab sonlarni kvadrat matritsasi,  $A^T = \bar{A}$

Agar  $A$  matritsa ( $m \times n$ ) o'lchovli bo'lsa,  $A$  ga Ermitan bo'lgan matritsa  $A^*$  esa ( $n \times m$ ) o'lchovli bo'ladi, bunda  $(i, j)$  - elementlar uchun quyidagi tenglik o'rinli  $(A^*)_{ij} = \overline{A_{ji}}$ .

Ermit matritsasi ko'p hollarda  $A^*$  yoki  $A^H$  kabi belgilanadi (Hermitian inglizcha so'zni bosh harfi). Lekin ba'zi hollarda quyudagicha ham belgilaydilar:

$A^\dagger$  - kvant mexanikasida;

$A^+$  -ba'zi hollarda bunday belgilash bilan matritsani transponerlash belgisini almashtirish mumkin.

Quyudagi ko'rinishdagi matritsalar

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i & e^{i\alpha} \\ i & 0 & e^{-i\beta} \\ e^{-i\alpha} & e^{i\beta} & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2-i \\ 2+i & 3 \end{pmatrix}$$

Ermit matritsalariga misol bo'ladi.

**1-teorema.** Agar  $A, B, C, \dots$  - ermit matritsasi bo'lib va ixtiyoriy haqiqiy  $a, b, c, \dots$  sonlar bilan hosil qilingan

$$aA + bB + cC + \dots$$

ifoda ham Ermit matritsasi bo'ladi [6].

**2-teorema.** Agar  $A$  matritsa Ermit matritsa bo'lsa u holda  $A$  matritsaning ixtiyoriy darajasi ham Ermit matritsa bo'ladi ya'ni

$$A^S = (A^S)^+$$

Bu teoremaning isbotini oson ko'rish mumkin

$$(A^S)^+ = (AAA \dots A)^+ = A^+ A^+ A^+ \dots A^+ = (A^+)^S = A^S$$

**3-teorema.** Agar  $A$  matritsa Ermit bo'lsa u holda  $A$  matritsaning determinant haqiqiy son bo'ldi

$$\det A = \det(A^+) = [\det(A)] = [\det(A)]^*$$

**4-teorema.** Agar  $A$  matritsa Ermit matritsasi bo'lsa u holda  $A$  matritsaga teskari bo'lgan  $A^{-1}$  matritsa mavjud bo'lib,  $A^{-1}$  ham Ermit matritsasi bo'ladi. Isbot:

$$1 = AA^{-1} = (A^+)^{-1} A^+ = (A^{-1})^+ A;$$

bu yerda  $1$  va  $A$  ermit matritsasi bo'lib,  $(A^{-1})^+$  ham ermit matritsasi bo'lishi kerak. Ushbu teoremadan quyidagi teorema kelib chiqadi: Teoremadan oldin quyidagi funksiyaning operatori tushunchasini ko'rib chiqamiz.

Analistik ko‘rinishda berilgan  $F(x)$  funksiya  $\{ F(x) = \sin x, F(x) = \frac{x}{1-x}, \text{ va boshqalar} \}$  va  $\hat{A}$  operator berilgan bo‘lsin. Teylor formulasidan foydalanib  $F(\hat{A})$  ning kengaytmasini topamiz:

$$F(\hat{A}) = \sum_0^{+\infty} \frac{F^{(n)}(0)}{n!} \hat{A}^n, \quad (1)$$

**5-teorema. Muhim teorema:**  $F(x)$  funksiyani  $F(A)$  matritsa bilan almashtirish mumkin bo‘lgan  $x$  haqiqiy o‘zgaruvchining haqiqiy funksiyasi bo‘lsin. Ya’ni, (1) formulaga muvofiq  $A$  matritsadan tuzilgan funksiya. Agar  $A$  ermit matritsa bo‘lsa, u holda  $F(A)$  ham ermit matritsa bo‘ladi [7]:

$$F(A)^+ = F(A).$$

**Isbot.** Haqiqatdan ham  $F(x)$  funksiya ketma-ket kengayishi faqat haqiqiy koeffitsientlarni o‘z ichiga oladi va (1) va (2) chi teoremlardan quyudagi kelib chiqadi:

$$F(A)^+ = F(A).$$

**6-teorema.**  $A$  va  $B$  – ermit matritsalar bo‘lsin va  $[A, B] = 0$  bo‘lsin, u holda  $A$  va  $B$  dan tuzilgan  $P = A \cdot B \cdot A \cdot A \cdot B \cdot B$  va shunga o‘xshash  $A$  va  $B$  dan tuzilgan yoyilma Ermit bo‘ladi:

$$P^+ = P.$$

**Muhokamalar va natijalar.** Musbat matritsalarini tavsiflovchi bir qator tasdiqlar mavjud. Mavzuga oid tasdiqlarni talabalar o‘zlari isbotlashsa maqsadga muvofiq bo‘lardir. Talabalar 5 ta guruhga bo‘linib quyidagi tasdiqlarni isbotlashadi [7].

**1-tasdiq.**  $A$  musbat matritsa bo‘lishi uchun u ermit matritsa bo‘lib, barcha xos qiymatlari nomanfiy bo‘lishi zarur va yetarlidir.  $A$  qat’iy musbat bo‘lishi uchun esa barcha xos qiymatlari musbat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

**2-tasdiq.**  $A$  musbat matritsa bo‘lishi uchun u ermit matritsa bo‘lib, barcha bosh minorlari nomanfiy bo‘lishi zarur va yetarlidir.  $A$  qat’iy musbat bo‘lishi uchun esa barcha bosh minorlari musbat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

**3-tasdiq.**  $A$  musbat matritsa bo‘lishi uchun shunday  $B$  matritsa topilib,  $A = B^*B$  bo‘lishi zarur va yetarlidir.  $A$  qat’iy musbat bo‘lishi uchun esa  $B$  singulyar bo‘lmagan matritsa bo‘lishi zarur va yetarlidir.

**4-tasdiq.**  $A$  musbat matritsa bo‘lishi uchun shunday  $B$  musbat matritsa topilib,  $A = B^2$  tenglik bajarilishi zarur va yetarlidir.  $A$  matritsa qat’iy musbat bo‘lishi uchun  $B$  ning qat’iy musbat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

4-tasdiqdagi  $B$  matritsa yagona bo‘lib, unga  $A$  matritsaning kvadratik ildizi deyiladi va  $B = A^{1/2}$  kabi belgilanadi.

Navbatdagi tasdiqni bayon qilish uchun  $L$  orqali Yevklid fazosini, ya’ni skalyar ko‘paytma kiritilgan chiziqli fazoni belgilaymiz.

**5-tasdiq.**  $A = (a_{ij}) \in M_n(C)$  musbat bo‘lishi uchun shunday  $z_1, z_2, \dots, z_n \in L$  elementlar topilib,

$$a_{ij} = (z_i, z_j), 1 \leq i, j \leq n$$

tengliklar bajarilishi zarur va yetarlidir.  $A$  qat’iy musbat bo‘lishi uchun  $z_j, 1 \leq j \leq n$  elementlar chiziqli bog‘lanmagan bo‘lishi zarur va yetarlidir.

**7-Teorema.** Agar  $A$  va  $B$  matritsalar ermit (musbat) matritsalar bo‘lsa, u holda  $A + B$  ham ermit matritsa (musbat matritsa) bo‘ladi.  $AB$  ko‘paytma ermit matritsa bo‘lishi uchun  $A$  va  $B$  matritsalar kommutativ (ya’ni o‘rin almashinish xossasiga ega) bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Ushbu  $S = AB + BA$  tenglik bilan aniqlangan matritsaga  $A$  va  $B$ larning simmetrik ko‘paytmasi deyiladi. Agar  $A$  va  $B$  ermit matritsalar bo‘lsa, u holda  $S$  ham ermit matritsa bo‘ladi. Agar  $A$  va  $B$  musbat matritsalar bo‘lsa, umuman olganda  $S$  musbat matritsa bo‘lishi shart emas.

Har bir guruh a’zolaridan yangi guruh tashkil etiladi. Yangi guruh a’zolarining har bir guruh navbati bilan mustaqil o‘rgangan matnlari bilan axborot almashadilar, ya’ni bir-birlariga so‘zlab beradilar, misolni o‘zlashtirib olishlariga erishadilar [3].

**1-misol.** Istalgan  $\alpha, \beta \in R$  sonlari uchun ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & \beta \\ \beta & \beta \end{pmatrix}$$

ermit matritsalarini qaraymiz. Ko‘rinib turibdiki, agar  $\alpha > 0$  bo‘lsa, u holda  $A$  musbat matritsa bo‘ladi. Ixtiyoriy  $z = (z_1, z_2) \in C^2$  element uchun

$$(Bz, z) = |z_1|^2 + 2\beta \operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) + \beta |z_2|^2$$

tenglik o‘rinlidir.  $\varphi$  orqali  $z_1 \bar{z}_2$  kompleks sonning argumentini belgilaymiz. Agarda  $0 < \alpha < 1$  bo‘lganda musbatdir. U holda  $\operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) = |z_1| |z_2| \cos \varphi$  tenglik o‘rinlidir. Shu sababli  $(Bz, z)$  kvadratik formani

$$(Bz, z) = (|z_1| + \beta |z_2| \cos \varphi)^2 + \beta (1 - \beta) |z_2|^2 \cos^2 \varphi$$



kabi tasvirlash mumkin. Shunday qilib,  $\beta \in (0,1)$  bo'lganda  $B$  musbat matritsa bo'lar ekan.

$S$  matritsaning aniqlanishiga ko'ra

$$S = \begin{pmatrix} 2 & \beta + \alpha\beta \\ \beta + \alpha\beta & 2\alpha\beta \end{pmatrix}$$

tenglik o'rinli bo'lib, istalgan  $z = (z_1, z_2) \in C^2$  element uchun

$$(Sz, z) = 2|z_1|^2 + 2\beta(1 + \alpha) \operatorname{Re}(z_1\bar{z}_2) + 2\alpha\beta |z_2|^2$$

tenglik o'rinlidir. Bunda  $\alpha$  nolga yaqin,  $\beta$  esa 1 ga yaqin son bo'lsa, u holda  $S$  musbat matritsa bo'lmaydi [5].

Masalan,  $z_0 = (1, -4) \in C^2$  element uchun  $(Sz_0, z_0) = 2 - 8\beta(1 + \alpha) + 32\alpha\beta$  tenglik o'rinlidir. Agar  $\alpha = 1/32$  va  $\beta = 32/33$  deb olinsa, u holda

$$(Sz_0, z_0) = -\frac{166}{33} < 0.$$

**Xulosa.** 2019-2020-o'quv yili va 2020-2021-o'quv yilida tahsil olgan talabalarning Ermit matritsalar va ularning xossalari o'rganganlik natijalarini aniqlash bo'yicha o'tkazilgan test natijalari tahlil qilinganda va talabalar bilan suhbatlar o'tkazilganda, mavzuni maqolada keltirilgani kabi o'qitilishi, misollar yechib ko'rsatilishi va shu yo'nalishda chop etilgan ilmiy maqolalar namoyish qilinishi ijobiy baholandi.

### Adabiyotlar

1. Pusz W., Woronowicz S.L. Functional calculus for sesqui-linear forms and purification map. Reports on Mathematical Physics. Vol. 8, 1975, P. 159-170.
2. Ando T. Concavity of certain maps on positive definite matrices and applications to Hadamard products. Linear Algebra and Applications. Vol. 26, 1976, P. 203-241.
3. Bhatia R. Matrix analysis. Springer-Verlag, New York, 1997.
4. Bhatia R. Positive definite matrices. In: Princeton Series in Applied Mathematics. Princeton University Press, 1997
5. Nielsen F., Bhatia R. Matrix Information Geometry. Springer, XII, 2013, 454.
6. Худойбергенов Г., Ворисов А.К., Мансуров Х.Т. Комплекс анализ. -Т.: "Университет", 1998.
7. Тошева Н.А., Исмоилова Д.Э. Явный вид резольвенты обобщенной модели Фридрихса // Наука, техника и образование. 77:2-2 (2021), С. 39-43.
8. Тошева Н.А., Шарипов И.А. О ветвях существенного спектра одной 3x3-операторной матрицы // Наука, техника и образование. 77:2-2 (2021), С. 44-47.
9. Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analytic description of the essential spectrum of a family of 3x3 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:5 (2019), pp. 511-519.
10. Тошева Н.А. Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества // Проблемы педагогики № 2 (53), 2021
11. Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. Об анализе некоторых невольтерровских динамических систем с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.27-30.
12. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2 (2021), p.870-879.
13. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, с. 197-199.
14. Rasulov X.R., Qamariddinova Sh.R. Ayrim dinamik sistemalarning tahlili haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p.448-454.
15. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Задача типа задач Геллерстедта для одного уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения // Scientific progress, 2:1 (2021), p.42-48.