

№ 1(31) 2021

ISSN 2181-8460

# HISOBLASH VA AMALIY MATEMATIKA MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
PROBLEMS OF COMPUTATIONAL  
AND APPLIED MATHEMATICS



MUHAMMAD AL-XORAZMIY NOMIDAGI  
TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI  
UNIVERSITETI



AXBOROT-KOMMUNIKATSİYA  
TEXNOLOGİYALARI  
ILMIY-INNOVATSİON MARKAZI

# **ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**

**№ 1(31) 2021**

Журнал основан в 2015 году.

Издаётся 6 раз в год.

**Учредитель:**

Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий.

**Главный редактор:**

Равшанов Н.

**Заместители главного редактора:**

Арипов М. М., Шадиметов Х. М., Нуралиев Ф. М.

**Ответственный секретарь:**

Мирзаев Н. М.

**Редакционный совет:**

Хамдамов Р. Х., Азамов А. А., Алимов И., Алоев Р. Д., Гасанов Э. Е. (Россия),

Загребина С. А. (Россия), Задорин А. И. (Россия), Игнатьев Н. А.,

Ильин В. П. (Россия), Исмагилов И. И. (Россия), Кабанихин С. И. (Россия),

Карачик В. В. (Россия), Маматов Н. С., Мухамедиева Д. Т., Нормуродов Ч. Б.,

Опанасенко В. Н. (Украина), Раджабов С. С., Расулов А. С.,

Самаль Д. И. (Беларусь), Старовойтов В. В. (Беларусь), Хаётов А. Р., Хужаев И. К.,

Хужаев Б. Х., Чье Ен Ун (Россия), Шабозов М. Ш. (Таджикистан),

Шадиметов Х. М., Dimov I. (Болгария), Li Y. (США), Mascagni M. (США),

Min A. (Германия), Rasulev B. (США), Schaumburg H. (Германия), Singh D. (Южная

Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Узбекском Агентстве по печати и информации.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

**ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X**

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

**Адрес редакции:**

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(99871) 231-92-45.

E-mail: info@pvpm.uz.

Сайт: www.pvpm.uz.

**Дизайн и компьютерная вёрстка:**

Шарипов Х. Д., Расулов А. Б.

Отпечатано в типографии НИЦ ИКТ.

Подписано в печать 25.02.2021 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №3.

Тираж 100 экз.

## Содержание

<i>Бурнашев В.Ф., Саматов А.</i>	
Математическое моделирование воздействия на нефтяной пласт растворами поверхности активных веществ с учетом дисперсного состояния жидкостей	8
<i>Ганиходэсаев Р.Н., Сейтов А.Ж., Рахимова Н.К.</i>	
Математическое моделирование эволюции популяций на двух сообщающихся островах . . . . .	25
<i>Равшанов Н.</i>	
Численное исследование процесса нестационарной фильтрации газа при изотермическом режиме . . . . .	36
<i>Равшанов Н., Шафиев Т.Р., Мурадов Ф.А.</i>	
Нелинейная математическая модель и эффективный численный алгоритм для мониторинга и прогнозирования концентрации вредных веществ в атмосфере с учётом орографии местности . . . . .	57
<i>Равшанов Н., Шадманов И.У.</i>	
Моделирование и исследование процессов тепло-влагопереноса в пористых средах . . . . .	76
<i>Шадиметов Х.М., Жалолов О.И.</i>	
Весовой оптимальный порядок сходимости кубатурных формул эрмитова типа в пространстве Соболева . . . . .	91
<i>Мухсинов Е.М.</i>	
Разрешимость задачи преследования для одной дифференциальной игры нейтрального типа . . . . .	108
<i>Мирзаев А.И., Тулиев У.Ю.</i>	
О важности выбора первого шага при отборе информативных наборов признаков . . . . .	118
<i>Наврузов Э.Р.</i>	
О минимизации ресурсов для обнаружения угроз от вредоносного программного обеспечения . . . . .	125
<i>Зайнидинов Х.Н., Дадаеванов У., Жураев Ж.У.</i>	
Алгоритм сжатия изображений крови с использованием двумерных вейвлет Хаара . . . . .	133

УДК 004.94:519.637

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО-ВЛАГОПЕРЕНОСА В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

<sup>1</sup>*Равшанов Н.*, <sup>2\*</sup>*Шадманов И.У.*

\*i.shadmanov@mathinst.uz

<sup>1</sup>Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий,  
100125, Узбекистан, г.Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

<sup>2</sup>Бухарское отделение Института математики им. В.И.Романовского АН РУз,  
200114, Узбекистан, г. Бухара, ул. Мухаммад Икбол 11.

В статье приведены математическая модель и результаты вычислительных экспериментов на ЭВМ для прогнозирования процесса тепло-влагопереноса в пористых средах с учетом таких факторов как собственное тепло-влаговыделение пористого натурального продукта, изменение температуры и влажности окружающей среды. Разработанное математическое обеспечение позволяет прогнозировать изменение температуры и влаги в произвольных точках пористого тела, находящегося под воздействием солнечной радиации. Проведенными численными расчетами установлено, что влага и теплообмен с окружающей средой происходит в верхних слоях бунта хлопчатника, а во внутренних слоях происходит рост температуры и влаги за счет «дыхания» хлопчатника и семян, что зависит от исходной влажности бунтируемого хлопка сырца и продуктов обрушивания. Анализ результатов численных расчетов показал, что при длительном хранении под солнечными лучами (60 суток и выше) изменение температуры хлопчатника варьируется до  $85^{\circ}\text{C}$  и выше, а влажность внутри бунта изменяется до 44%, что в совокупности может приводить к самовозгоранию бунта или потере природных качеств хлопка-сырца.

**Ключевые слова:** математическая модель, теплоперенос, влагоперенос, пористая среда, вычислительный эксперимент.

**Цитирование:** Равшанов Н., Шадманов И.У. Моделирование и исследование процессов тепло-влагопереноса в пористых средах // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2021. – № 1(31). – С. 76-90.

### 1 Введение

Теория переноса энергии и массы вещества в капиллярно-пористом теле имеет большое значение в технологических процессах пищевой, строительной, химической и легкой промышленности. В основе современной теории сушки лежат законы перемещения влаги и тепла в хранимом и сушимом материале. Влага и тепла перемещаются как при перепаде влажности, так и при перепаде температур в пористом теле. Наиболее эффективное перемещение влаги и тепла в капиллярно-пористых телах, к числу которых относятся пористые материалы (сельскохозяйственных продуктов), обусловлено правильным сочетанием температур нагрева с влажностью материала. Это условие - решающее для сохранения жизнеспособности семян и качества сельскохозяйственных продуктов (зерна, семян масличных культур, хлопка-сырца, овощей и др.).

В настоящее время для описания процессов тепловлагопереноса в капиллярно-пористых средах используется несколько моделей, самые широко исследованные из них - модель Филиппа и Де Фриза [1], Лыкова [2] и Уитакера [3]. Эти модели были разработаны на основе и принципах сохранения тепла и массы, закона Фурье

для теплопроводности, закона Фика и Дарси для диффузии газа и жидкости соответственно. Особенностью этих моделей является выбор управляющих потенциалов, таких как парциальное давление, относительная влажность и содержание воды в пористых телах.

Расширенная система потенциалопроводности за счет уравнения относительно статического давления, опирающаяся на силы поверхностного натяжения жидкости и законы капиллярности, приведена в книге А.В. Лыкова и Ю.А. Михайлова [4].

Лыковым А.В. установлено, что при интенсивном нагреве капиллярно пористого тела кинетика сушки может зависеть не только от градиента потенциала переноса влаги, но и от градиента температуры и градиента внутреннего давления. Система дифференциальных уравнений, описывающая нестационарные поля влагосодержания, температуры и давления внутри влажного тела в процессе сушки имеет вид [5]:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a_{11} \nabla^2 u + a_{12} \nabla^2 T + a_{13} \nabla^2 P;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_{21} \nabla^2 u + a_{22} \nabla^2 T + a_{23} \nabla^2 P;$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = a_{31} \nabla^2 u + a_{32} \nabla^2 T + a_{33} \nabla^2 P;$$

где  $a_{11} = \frac{k_p}{c_p \rho_0}$ ;  $a_{12} = a_{11}\delta$ ;  $a_{13} = \frac{k_p}{\rho_0}$ ;  $a_{21} = \frac{r^* \varepsilon}{c} a_{11}$ ;  $a_{22} = a + \frac{r^* \varepsilon}{c} a_{11}\delta$ ;  $a_{23} = \frac{r^* \varepsilon}{c} a_{11}\delta_p$ ;  $a_{31} = \frac{\varepsilon a_{11}}{c_p}$ ;  $a_{32} = -\frac{r^* a_{11}}{c_p} \delta$ ;  $a_{33} = D_p - \frac{\varepsilon a_{11}}{c_p} \delta_p$ ;  $c_p$ - коэффициент емкости влажного воздуха в пористом теле;  $k_p$ - коэффициент фильтрационного переноса влаги;  $D_p$ - коэффициент конвективной фильтрационной диффузии;  $\rho_0$ - плотность сухого скелета тела;  $\nabla^2$ -оператор Лапласа.

Самая большая проблема, возникающая при использовании уравнений Лыкова, - это определение коэффициентов  $a_{i,j}$ . На практике часто невозможно получить эти коэффициенты для решения полной системы уравнений. Тем не менее, теория Лыкова представляет собой хорошо зарекомендовавшую себя модель для рассмотрения одновременного тепломассопереноса при сушке. Решение дифференциальных уравнений в частных производных Лыкова впервые численно исследовали Ирудаярадж и Ву [6], и Льюис и Фергюсон [7]. Эти уравнения широко используются и довольно часто решаются методом конечных элементов.

В частности, статье [6] для описания процесса сушки в капиллярно-пористом теле была применена система Лыкова дифференциальных уравнений в частных производных для переноса тепла, массы и давления. Двумерная модель конечных элементов была сформулирована для решения системы уравнений. Результаты моделирования очень хорошо согласуются с точными решениями. Затем модель конечных элементов использовалась для изучения чувствительности параметров в системе передачи тепла, массы и давления Лыкова, а также для оценки ключевых параметров, определяющих коэффициент проводимости влаги и отношение диффузии пара к общей диффузии. Модель конечных элементов в дальнейшем использовалась для прогнозирования изменений температуры, влажности и давления во время сушки.

В работе [8] разработана численная схема для совместного решения уравнений распространения тепла и влаги уравнений А.В. Лыкова и Максвелла. Она строится на основе двух алгоритмов: при заданном распределении диэлектрической проницаемости решается задача о расчете поля плотности электромагнитных потерь, коэффициентов отражения и пропускания; при заданном поле плотности электромагнитных

потерь решается задача о расчете полей температуры и влагосодержания. Проведена численный эксперимент, результаты которого находятся в хорошем согласии с имеющимися в литературе опытными данными.

В статье [9] для решений системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных А.В. Лыкова, направленных на наиболее общий тип граничных условий, используется подход анализа собственных значений. Решения для безразмерного распределения температуры и влаги, полученные с помощью матричного исчисления, образуют достаточно общие выражения, из которых в качестве частного случая могут быть получены решения многих конкретных одномерных, зависящих от времени задач тепломассопереноса. Рассмотрен конкретный пример контактной сушки влажного пористого листа с равномерной начальной температурой и распределением влаги.

В работе [10] предложена обобщенная математическая модель тепловых и влажностных процессов при термической обработке древесины. Математическая модель основана на наборе связанных уравнений тепломассопереноса, предложенном А.В. Лыковым. Профили среднего содержания влаги и температуры были предсказаны как функция времени и определяющих параметров. Показано, что определяющие безразмерные параметры оказывают существенное влияние на кинетику переноса тепла и влаги. Результаты, полученные в рамках рассматриваемой модели, демонстрируют реалистичное физическое поведение.

В статье [11] предложено численное исследование трехмерного тепло- и влагопереноса в капиллярно-пористых средах с использованием переменного числа фазовых превращений. Влияние учета числа фазовых превращений как переменного параметра на температуру и потенциал влажности искали для различных значений основных безразмерных параметров системы уравнений Лыкова. Установлено, что для более низких значений этих безразмерных параметров предположение о постоянном числе фазовых превращений является логичным, но для более высоких значений  $Lu$ ,  $Ko$  и  $Pn$  требуется более точное моделирование, и можно использовать переменное число фазовых превращений для получения лучшее согласие с экспериментальными данными.

В статье [12] изучается совместный тепломассообмен в пористой среде. Сначала исследуемые материалы были охарактеризованы экспериментально, а затем были оценены их тепловые свойства, а именно теплопроводность и удельная теплоемкость в различных состояниях (сухой-влажный). Представлено математическая модель, описывающую тепломассоперенос в биоматериалах, путем сопоставления с экспериментальными результатами. Свойства материалов, полученные из части описания, используются в качестве входных параметров модели. Кроме того, в лаборатории смонтирована испытательная установка для сравнения численных и экспериментальных данных.

В статье [13] проведено математическая модель на основе теории диффузии Фика, закона теплопроводности Фурье и механики термоупругости для анализа пространственно-временного распределения влажности, температуры и напряжений высыхания картофеля. Процесс сушки деформируемого пористого материала разделен на три этапа: период сушки с постоянной скоростью, первый период сушки с пониженной скоростью и второй период сушки с падающей скоростью. Из них период сушки с постоянной скоростью был очень коротким и иногда не проявлялся во время экспериментов по сушке. Во время высыхания наблюдалась явная деформация пористой среды, а на поверхности также наблюдались складки. Степень деформа-

ции не зависит от условий сушки и полностью определяется влажностью конкретной пористой среды.

В статье [14] кинетика конвективной сушки пористой среды исследована численно. Была создана математическая модель принудительной конвективной сушки для оценки изменения содержания влаги и температуры внутри многослойной пористой среды. Система связанных дифференциальных уравнений в частных производных с заданными граничными и начальными условиями решалась численно с использованием MATLAB. Экспериментальная установка конвективной сушки была построена и подтверждена теоретическая модель. Температура и влажность образцов картофеля были динамически измерены и записаны в процессе сушки. Результаты показывают, что коэффициент термодиффузии оказывает значительное положительное влияние на распределение температуры, а коэффициент массовой диффузии может напрямую влиять на распределение содержания влаги.

В статье [15] разработана двумерная модель диффузии жидкости для прогнозирования изменения переходного содержания влаги и распределения температуры в модельных композитных пищевых продуктах. Ломтики картофеля и яблока прямоугольной формы были использованы для формирования модельных композитных образцов для экспериментальных испытаний. Было обнаружено, что влияние контактного сопротивления на тепломассоперенос на границе раздела композитного продукта незначительно. Эффект переворачивания продукта через различные интервалы времени во время сушки показал значительное положительное влияние на скорость сушки.

В статье [16] используя теорию усреднения объема, была разработана комбинированная модель переноса количества движения, тепла и массы для сушки пористой среды, которая учитывает перенос на локальном уровне, а также локальные неоднородности. Уравнения модели с соответствующими начальными и граничными условиями решались с помощью программного пакета FLUENT. Предполагая различные степени начальной неоднородности и коэффициента теплоотдачи, впервые было показано, что можно моделировать влияние неоднородности на поток жидкости и конвективный тепломассоперенос в пористой среде при сквозной сушке пористого тела. Влага и структурная неоднородность, способствующие неоднородности воздушного потока, могут вносить значительный вклад в неравномерность сушки, тогда как большие изменения коэффициента конвективной теплопередачи в исследованном диапазоне не влияют существенно на скорость сушки.

В статье [17] представлена двухмерная модель для анализа передачи тепла и влаги через древесные пористые строительные материалы. Представлена нестационарная связанная модель теплопереноса и влагообмена в древесном материале при низких температурах. Полученная связанная модель преобразуется в два нелинейных уравнения в частных производных, которые затем численно решаются с помощью неявной итерационной схемы. Численные результаты изменения температуры и потенциала влажности сравниваются с экспериментальными измерениями, доступными в литературе.

В статье [18] разработана математическая модель теплового состояния пористого тела, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда. В модели учтены внутреннее тепловыделение, теплообмен через поверхности пористого тела с окружающей средой. Для решения задачи разработана модификация дифференциально-разностного основаны на методе прямых.

Математическое моделирование процессов сушки различных продуктов, таких как хлопок-сырец, фрукты, древесина и другие, осуществлено в работах [19–21].

Большой экспериментальный и теоретический материал собран в монографии авторского коллектива А.П.Паршиева, Б.М.Марданова и А.К.Усманкулова «Тепло- и массообменные процессы в хлопке-сырце и его компонентах» [22].

В статье [23] система уравнений Лыкова для совместного тепломассопереноса в капиллярно-пористых телах аналитически обрабатывается с помощью метода обобщенного интегрального преобразования. Проблема распределения температуры и влажности во время контактной сушки влажного пористого листа рассматривается для иллюстрации развития настоящего подхода. Классическая сопряженная вспомогательная задача со связанными комплексными собственными значениями полностью исключается, и вместо этого выбираются две несвязанные задачи на собственные значения для температуры и влажности, которые относятся к традиционному типу Штурма-Лиувилля. Создается набор результатов тестов, которые критически сравниваются с ранее сообщенными приблизительными решениями.

В статье [24] представлено численное решение проблемы совместного теплопереноса и влагопереноса в пористых материалах. Для получения численных решений предлагается сетевая модель, вводящая аналогию на основе эквивалентности массопереноса и электрического тока. Алгоритм, основанный на конечно-разностной схеме для пространственной переменной (как в методе линий, потому что время остается непрерывной переменной) формально эквивалентен алгоритмам, полученным из математической модели. Реализация метода сетевого моделирования используется для получения решения связанных уравнений сохранения тепла и массы в пористых средах для случаев распределенных и сосредоточенных моделей. Полученные значения по теоретической модели сравниваются с другими авторскими данными, чтобы продемонстрировать эффективность используемого метода, более того, во всех случаях всегда быстро достигается сходимость.

Модель А.В. Лыкова взята в качестве базовой модели для нашего численного моделирования для процесса тепловлагопереноса в пористых средах.

## 2 Постановка задачи

Учитывая основных показателей процесса сушки и хранения пористых тел, математической модели тепловлагопереноса с учетом источники тепла и влаги в отличие от выше приведенных работ, описывается с помощью систем дифференциальных уравнений в частных производных [25, 26]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_{11} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + a_{12} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + f; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a_{21} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + a_{22} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q; \quad (2)$$

соответственно с начальными и краевыми условиями:

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z), u(x, y, z, 0) = u_0(x, y, z); \quad (3)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\beta_1 (T_{oc} - T) - \eta \rho \gamma R(\tau); \quad (4)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = -\beta_1 (T_{oc} - T) - \eta \rho \gamma R(\tau); \quad (5)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\beta_1 (T_{oc} - T) - \eta \rho \gamma R(\tau); \quad (6)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = -\beta_1 (T_{oc} - T) - \eta \rho \gamma R(\tau); \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0; \quad (8)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = -\beta_1 (T_{oc} - T) - \eta \rho \gamma R(\tau); \quad (9)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\beta_2 (u_{oc} - u(0, y, z, \tau)); \quad (10)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = -\beta_2 (u_{oc} - u(L_x, y, z, \tau)); \quad (11)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\beta_2 (u_{oc} - u(x, 0, z, \tau)); \quad (12)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = -\beta_2 (u_{oc} - u(x, L_y, z, \tau)); \quad (13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0; \quad (14)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = -\beta_2 (u_{oc} - u(x, y, L_z, \tau)). \quad (15)$$

Здесь  $T$  и  $u$  –соответственное температуры и влаги пористого тела;  $a_{11} = \frac{\lambda_1}{\rho c_1}$ ;  $a_{12} = \frac{\lambda_2}{\rho c_2}$  - соответственно коэффициенты температуропроводности и влагопроводности пористых тел;  $\lambda_1, \lambda_2$ - коэффициенты теплопроводности и влагопроводности;  $\rho$  - плотность тела;  $1, 2$  - удельных теплоемкости и влагоемкости;  $f(x, y, z, \tau) = b \cdot e^{-\alpha\tau}$  – интенсивность внутреннего тепловыделения массы;  $b = \frac{u}{c_1}$  - коэффициент тепловыделения, который зависит от влажности пористых телах,  $b = f(u(x, y, z, t))$ ;  $\alpha$  - эмпирический параметр;  $q(x, y, z, \tau) = \rho m_0 e^{-\xi\tau}$  – интенсивность внутренних источников влаги; при постоянных значениях плотности материала  $\rho$ ;  $\xi$  - коэффициент сушки;  $m_0$  - максимальная интенсивность испарения. Надо отметить, что интенсивность испарения вычисляется с помощью  $m = m_0 e^{\xi\tau}$ . Если положить  $\xi = 0$  то  $m = m_0 = const$ , получим постоянную интенсивность испарения, соответствующую первому периоду сушки;  $\beta_1$  - коэффициент теплоотдачи между массой и окружающим его воздухом;  $T_{oc}$ – температура окружающей среды;  $\eta$  , - коэффициенты для проведения граничного условия к размерному виду;  $\gamma$ - коэффициент поглощения солнечных лучей материалом;  $R(\tau)$  - инсоляция поток солнечной радиации на поверхности хранимого материала;  $\beta_2$  - коэффициент влагоотдачи между массой и окружающим его воздухом;  $u_{oc}$  – влажность окружающей среды.

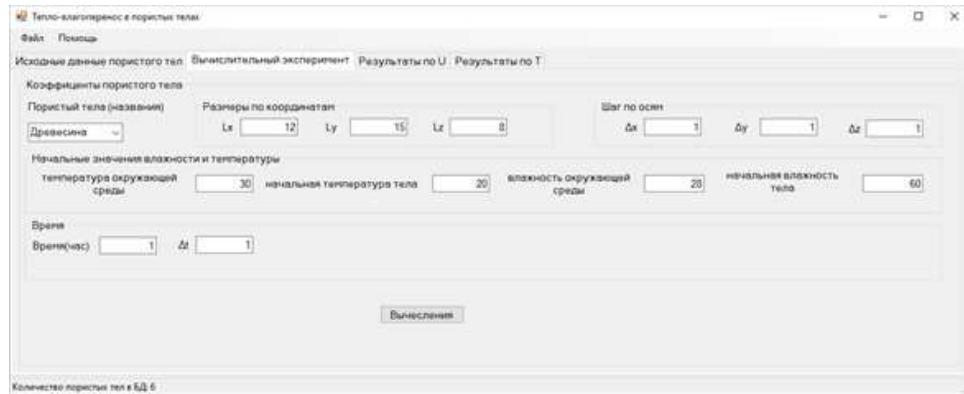
Внешняя форма пористого тела взято как прямоугольный параллелепипед. Параллелепипед расположен в первом октанте декартовой системы координат, и размеры его по координатам составляют  $L_x, L_y, L_z$ .

### 3 Метод решения

Из постановки задачи видно, что получить аналитическое решение затруднительно. Метод решения задачи (1)-(15) приведено в работах [25, 26]. При численном решении задачи использовано конечно-разностный метод второго порядка точности по пространственных переменных.

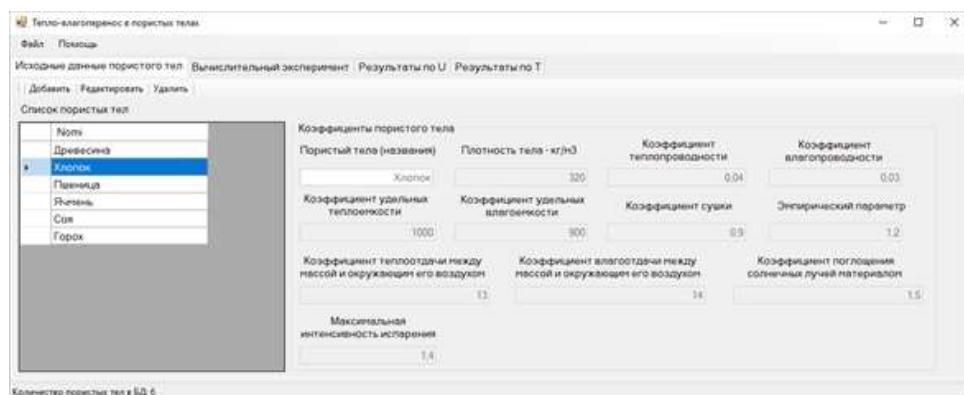
### 4 Вычислительный эксперимент

На основе разработанного численного алгоритма составлено программное средство на языке C# для проведения ВЭ на ЭВМ (рис. 1 -2).



**Рис. 1** Главное окно программы для проведения вычислительного эксперимента на ЭВМ

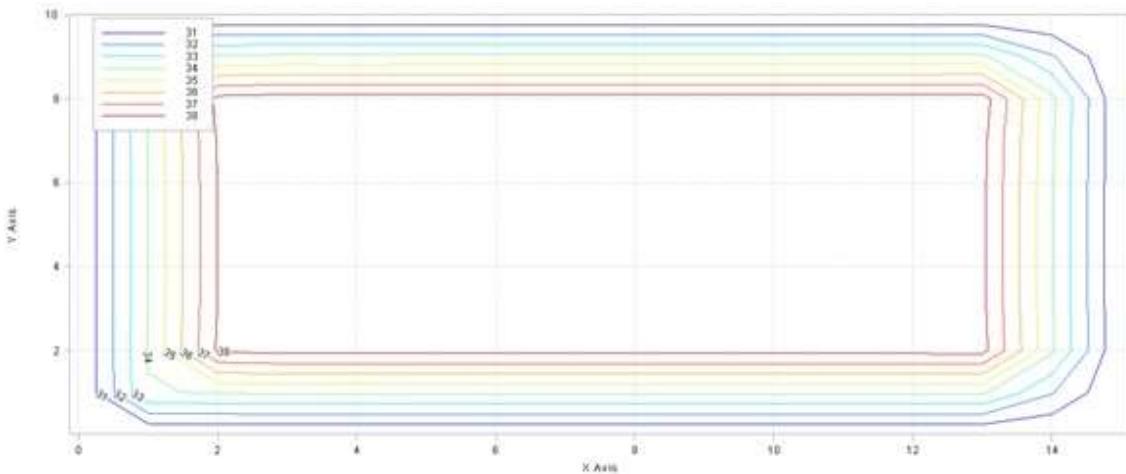
Численные расчеты проведены при следующие данные для семян хлопка-сырца: коэффициент теплопроводности составляет  $0,04 \text{ Bt m}^{-1}\text{K}^{-1}$ , плотность –  $320 \text{ кг m}^{-3}$ , а удельная теплоёмкость –  $1000 \text{ Дж кг}^{-1}\text{K}^{-1}$ , соответствующее им значение температуропроводности составляет  $a^2 = 1.25 \cdot 10^7 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$ . В основных расчётах коэффициент тепловыделения равняется  $b = 1,0 \cdot 10^5 \text{ К с}^1$ , а коэффициент в экспоненте теплоотдачи –  $\alpha = 4.0 \cdot 10^5 \text{ с}^1$ . Отношение коэффициента теплоотдачи к коэффициенту теплопроводности принят равным  $k = 1 \cdot \text{с}^1$ . Размер бунта хлопка-сырца взято как  $L_x = 12 \text{ м}$ ;  $L_y = 15 \text{ м}$ ;  $L_z = 8 \text{ м}$ ; Исходная температура и влага пористого тела соответственное взято как  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  и  $u_0 = 60\%$ . Температура окружающей среды и средняя влажность окружающей среды соответственное взято как  $T_{oc} = 30^\circ\text{C}$  и  $u_{oc} = 28\%$ .



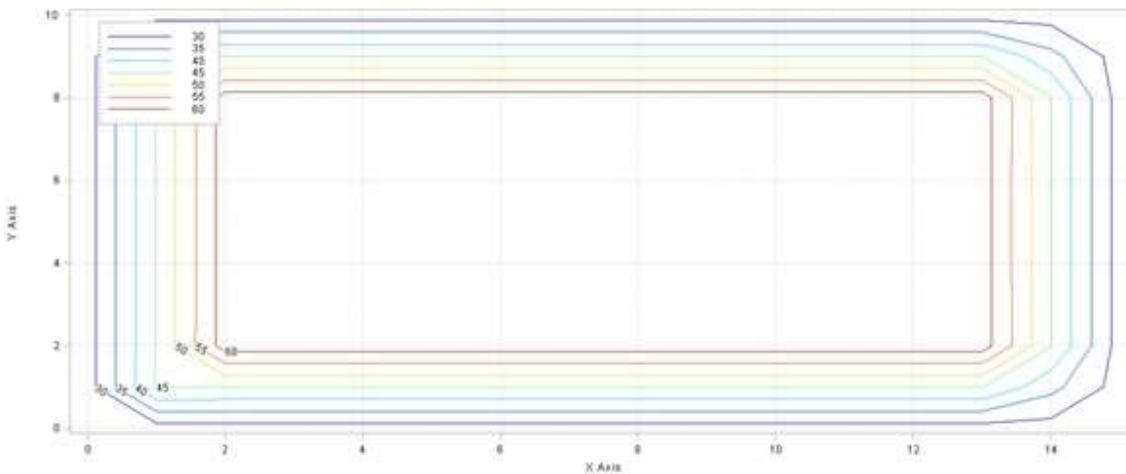
**Рис. 2** Интерфейс программы для ввода основных параметров объекта исследования

Результаты проведенных численных расчетов на ЭВМ приведены на рис. 3-14.

На рисунках 3-4 показаны результаты ВЭ для определения изменения температуры и влаги в разрезе, когда  $z=10\text{м}$  в зависимости от времени. Основываясь на результаты ВЭ можно сказать что внутри бунта хлопка-сырца температура со временем увеличивается по экспоненциальному закону, и она равно  $38^{\circ}\text{C}$  в внутреннем слое бунта хлопчатника. А влажность внутри бунта незначима увеличивается относительно внешних слоя бунта хлопчатника, и она достигает максимальное значение в центре разреза  $z=10\text{м}$  и равно 60% .

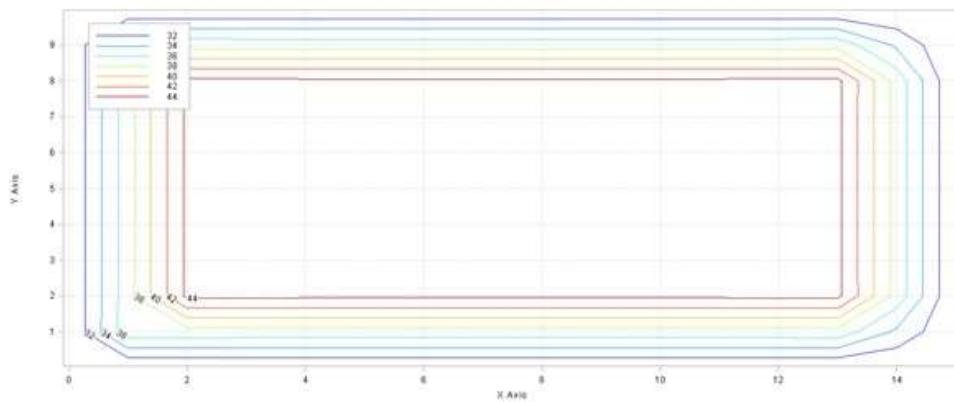


**Рис. 3** Изменения температуры в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 15\text{сут.}$  (температура бунта в градусах)

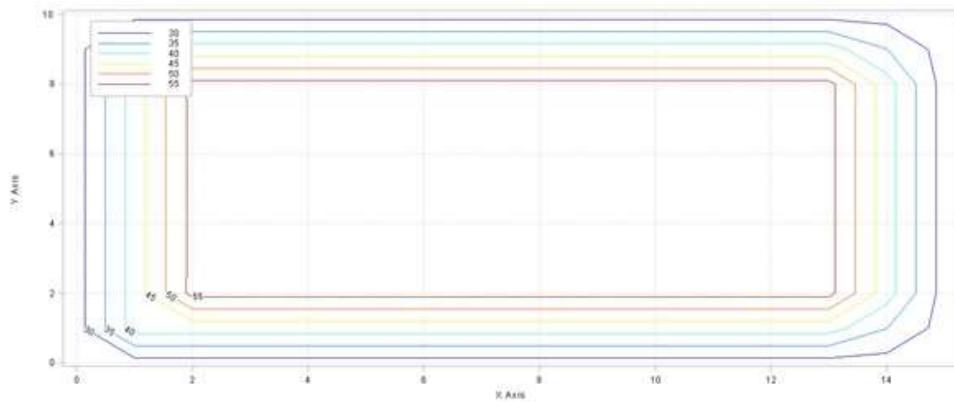


**Рис. 4** Изменение влаги в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 15\text{сут.}$  (влага в процентах)

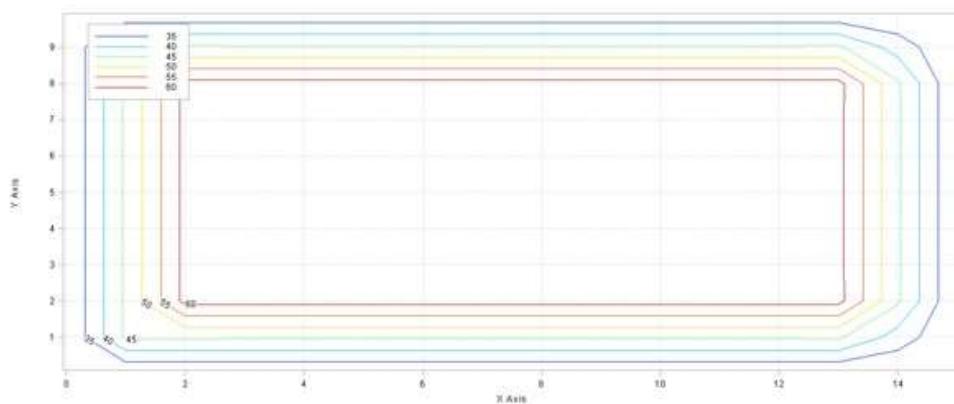
На рисунках 5-6 приведены результаты ВЭ для определения изменения температуры и влаги со временем в бунте хлопчатника при разрезе  $z=10\text{м}$ . Из анализа проведенных численных расчетов следует, что при времени хранения бунта равно 25 суток температура его массы достигает  $44^{\circ}\text{C}$ , а влажность внутри бунта растет до 55%.



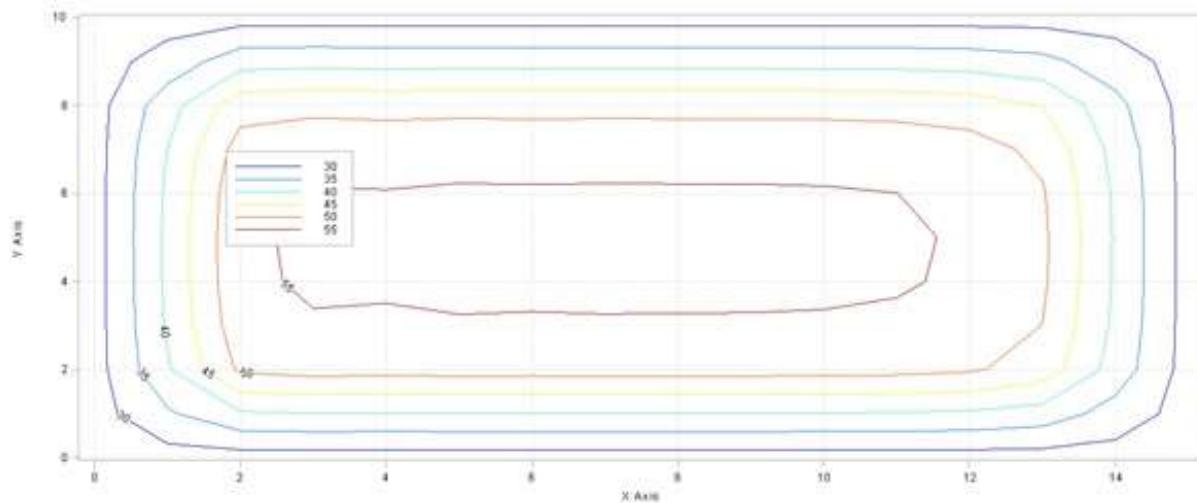
**Рис. 5** Изменения температуры в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 25$  сут. (температура бунта в градусах)



**Рис. 6** Изменение влаги в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 25$  сут. (влага в процентах)



**Рис. 7** Изменения температуры в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 40$  сут. (температура бунта в градусах)

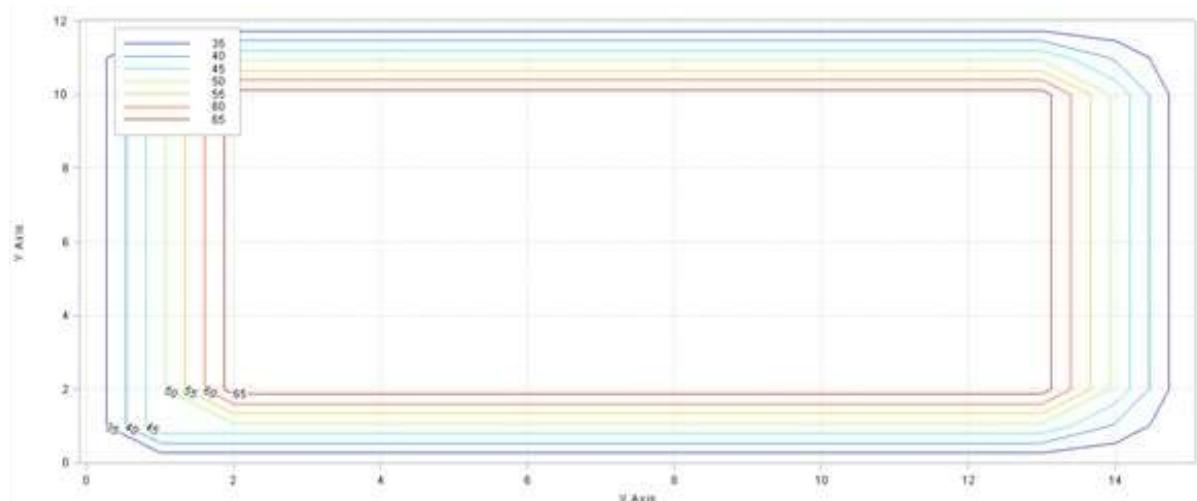


**Рис. 8** Изменение влаги в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 40$ сут. (влага в процентах)

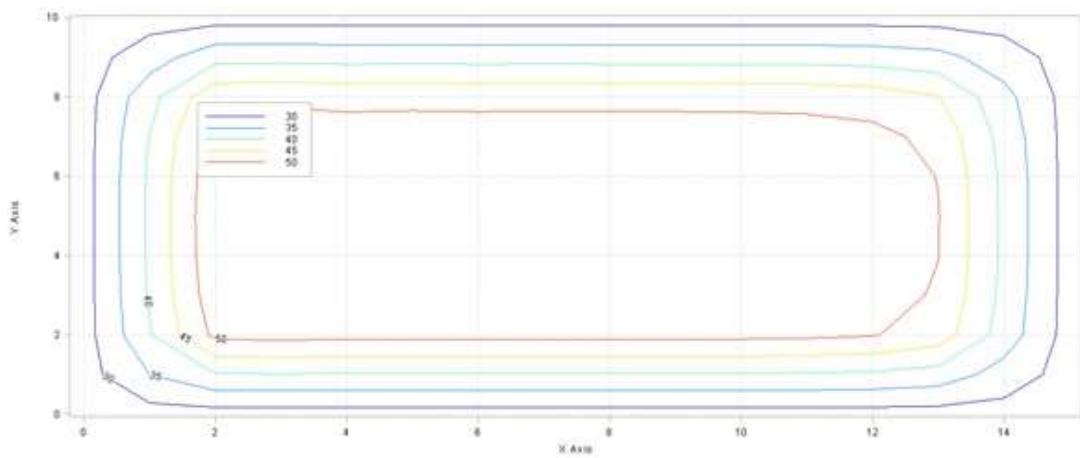
На рис. 7-8 приведены результаты ВЭ для определения изменения температуры и влажности бунта хлопчатника при разрезе  $z=10$ м. со временем. Из анализа полученных расчетов следует, что после 40 суток хранения бунта хлопчатника температура бунта линейно растет со временем, а влажность остается почти неизменным и она равно 55%.

На рис. 9-14 приведены результаты численных расчетов на ЭВМ при задание различных начальных значениях температуры и влажности бунта. Как видно из анализа численных расчетов основное рост температуры и влажности наблюдается во внутренних слоях бунта хлопчатника.

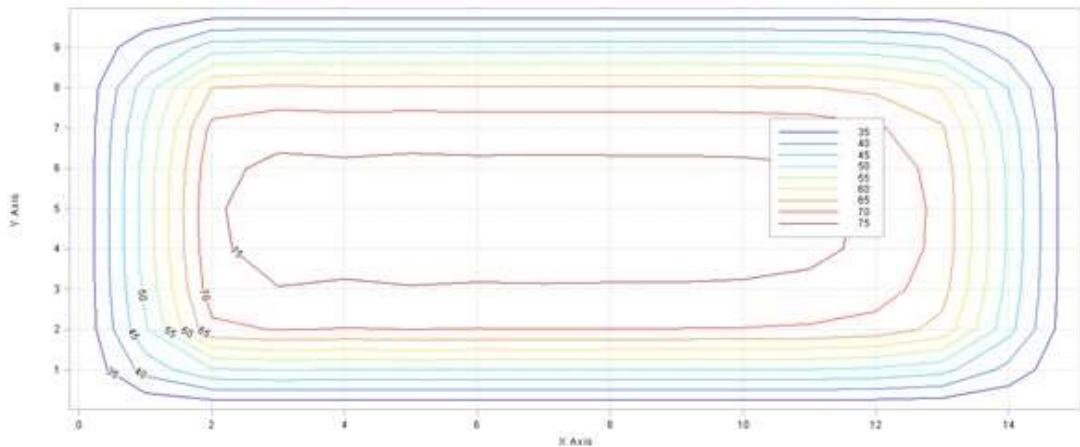
Численные расчеты также проведены при различных значения температуры и влажности окружающей среды. ВЭ установлены, что тепло и влага обмен с окружающей средой происходит в верхних слоях бунта хлопчатника, а в внутреннем слое происходит рост температуры и влаги за счет дыхания хлопчатника, она зависит от степени влажности бунтируемого сырья.



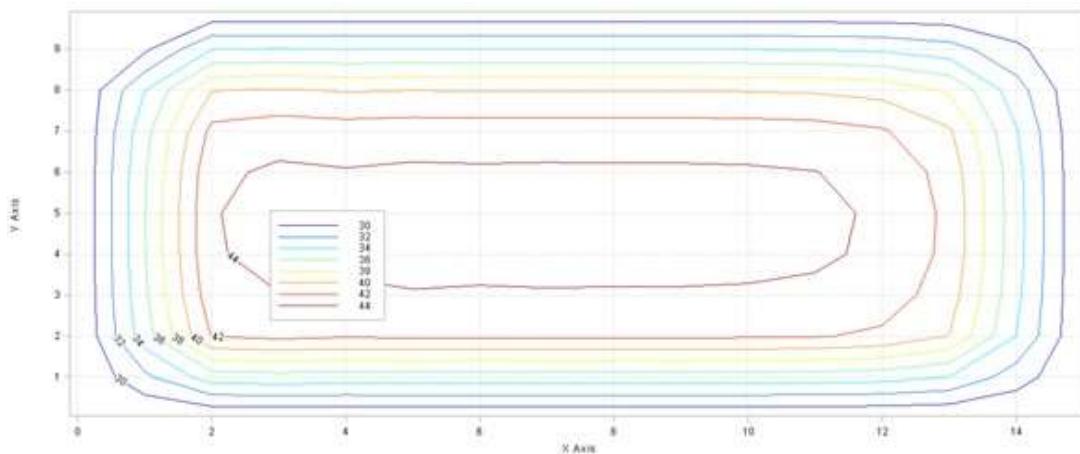
**Рис. 9** Изменения температуры в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 50$ сут.



**Рис. 10** Изменение влаги в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 50$ сут.

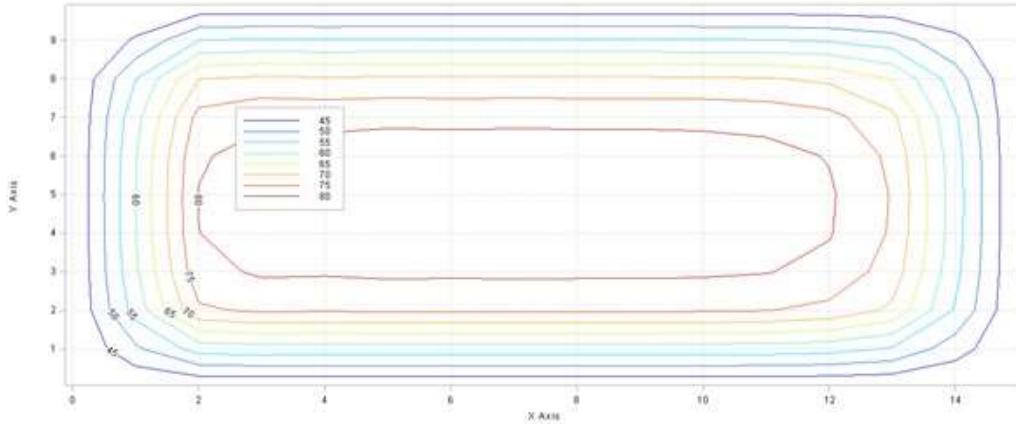


**Рис. 11** Изменения температуры в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 60$ сут.

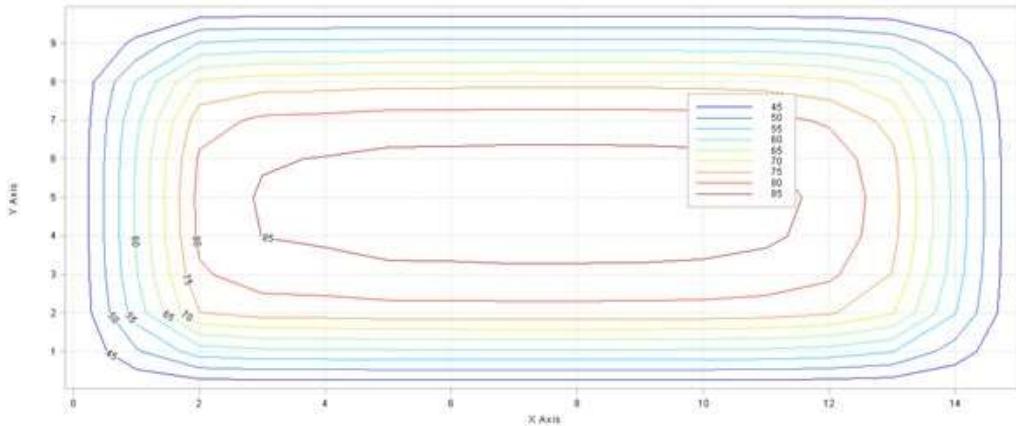


**Рис. 12** Изменение влаги в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 60$ сут.

Как показано на рис. 11-12 при длительном хранении (60 суток) в внутренних слоях бунта, температура поднимается до  $75 - 76^{\circ}\text{C}$ , а влажность уменьшается до 44%. С увеличением влагодержания хлопка-сырца значения коэффициента температуропроводности и интенсивность тепловыделения увеличиваются. И это приводит к более интенсивному нагреванию внутренней части бунта до  $75 - 80^{\circ}\text{C}$  и выше (рис. 13).



**Рис. 13** Изменения температуры в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 60$  сут.  $T_{oc} = 30^{\circ}\text{C}$ ;  $T(x, y, z, 0) = 20^{\circ}\text{C}$ ;  $u_{oc} = 30\%$ ;  $u(x, y, z, 0) = 65\%$ .



**Рис. 14** Изменение влаги в бунте хлопка-сырца при  $\tau = 60$  сут.  $T_{oc} = 40^{\circ}\text{C}$ ;  $T(x, y, z, 0) = 35^{\circ}\text{C}$ ;  $u_{oc} = 30\%$ ;  $u(x, y, z, 0) = 65\%$ .

При увеличении теплообмена с окружающей средой, когда исходная температура бунта равно  $35^{\circ}\text{C}$  и температура окружающей среды равно  $40^{\circ}\text{C}$ , наибольшая температура в бунте, относительно предыдущего варианта расчета, после 60-х суток увеличивается более  $10^{\circ}\text{C}$ , а в отдельных точках она доходит до  $85, 7^{\circ}\text{C}$  (рис. 14). Анализируя результаты численных расчетов можно прийти к выводу, что фактор внутреннего влага и тепловыделения становится весомым и это может привести к самовозгоранию бунта или потере природных качеств хлопка-сырца при долгом хранении.

## 5 Выводы

В работе проведен численный эксперимент и анализ их результатов, основанной на разработанного трехмерного математического моделью процесса тепло-влагопереноса при хранении и сушки пористых тел, а также разработана программное средства для вычисления процесса тепло-влагопереноса натуральных продуктов под воздействием внутреннего тепловыделения и внешней температуры, протекающего под влиянием солнечной энергии, позволяющий определять изменения теплофизических параметров рассматриваемого объекта исследования.

Проведенными численными расчетами установлены, что влага и теплоперенос и их обмен с окружающей средой происходит в верхних слоях бунта хлопчатника, а в внутреннем слое происходит рост температуры и влаги за счет дыхания хлопчатника и их семена, которая зависит зависеть от степени влажности бунтируемого хлопка сырца и их продуктов обрушивания.

Из анализ проведенных численных расчетов установлена, что с увеличением влагодержания хлопка-сырца значения коэффициента температуропроводности и интенсивность тепловыделения пропорционально увеличиваются, и это приводит к более интенсивному нагреванию внутренней части бунта до  $75 - 80^{\circ}\text{C}$  и выше.

Анализ результаты численных расчетов показали, что при длительном хранении (60 суток и выше) изменение температуры и влаги внутри бунта хлопчатника, соответственно нагреваются более  $85^{\circ}\text{C}$  и влажность внутри бунта изменяется до 44%, которые может привести к самовозгоранию бунта или потере природных качеств хлопка-сырца, находящихся под солнечной радиацией.

## Литература

- [1] Philip J.R., de Vries D.A. Moisture movement in porous materials under temperature gradients // Transactions, American Geophysical Union, Volume 38, Issue 2, pp. 222-232. doi:10.1029/TR038i002p00222.
- [2] Luikov A.V. Systems of differential equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies // International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 18, no. 1, pp. 1–14, 1975.
- [3] Whitaker S. Simultaneous Heat, Mass, and Momentum Transfer in Porous Media: A Theory of Drying // Advances in Heat Transfer, Elsevier Volume 13, 1977 year, pp 119-203. doi.org/10.1016/S0065-2717(08)70223-5.
- [4] Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепло- и массопереноса. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 535 с.
- [5] Лыков А. В. Теория сушки // М.: Энергия, 1968. – 472 с.
- [6] Irudayaraj J., Wu Y. Analysis and application of Luikov's heat, mass, and pressure transfer model to a capillary porous media // Drying Technology, 14 (3-4), 1996 y., pp. 803-824.
- [7] Lewis R.W., Ferguson W. J. The effect of temperature and total gas pressure on the moisture content in a capillary porous body // International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 29, no. 2, 1990 y., pp. 357–369.
- [8] Афанасьев А.М., Сипликий Б.Н. Алгоритм совместного решения уравнений тепломассопереноса и уравнений электромагнитного поля при сушке свч-излучением // Вестн. Волгогр. гос. ун-та. Сер. 1, ISSN 2222-8896., Мат. Физ. 2017. № 2 (39).
- [9] Pandey R.N., Srivastava S.K., Mikhailov M.D. Solutions of Luikov equations of heat and mass transfer in capillary porous bodies through matrix calculus: a new approach // International Journal of Heat and Mass Transfer 42. 1999 y., pp. 2649-2660.

- [10] Younsi R., Kocaefe D., Kocaefe Y. Three-dimensional simulation of heat and moisture transfer in wood // Applied Thermal Engineering 26, 2006, pp. 1274–1285.
- [11] Akbari G., Basirat Tabrizi H., Damangir E. Numerical and experimental investigation of variable phase transformation number effect in porous media during freezing process., // Heat Mass Transfer (2009) 45: - pp. 407–416. doi 10.1007/s00231-008-0444-y.
- [12] Asli M., et al. Numerical and Experimental Investigation of Heat and Mass Transfer // Thermal Science: Year 2019, Vol. 23, No. 1, pp. 23-31.
- [13] Wang H.L., Lu T., Zhang Q. G., Drying characteristics of biological porous media during convective drying. // Int J Agric & Biol Eng, 2016; 9(5)., pp. 194-207., doi: 10.3965/j.ijabe.20160905.2057.
- [14] Wei Cai., et al. Effect of Thermophysical Properties on Coupled Heat and Mass Transfer in Porous Material during Forced Convective Drying // Advances in Mechanical Engineering., Volume 2014, Article ID 830387, 7 pages., <http://dx.doi.org/10.1155/2014/830387>.
- [15] Rahman S. M., Islam M. R., Mujumdar A. S. A Study of Coupled Heat and Mass Transfer in Composite Food Products during Convective Drying. // Drying Technology, 25., pp. 1359–1368, 2007. doi: 10.1080/07373930701438956.
- [16] Modak A., Zuo H., Takagaki S. S., Ramaswamy S. The Role of Nonuniformity in Convective Heat and Mass Transfer through Porous Media, Part 1 // Drying Technology: An International Journal, 2011 y. 29:5, pp. 536-542. doi.org/10.1080/07373937.2010.513781.
- [17] Thi V. D., Mnasri F., Khelifa M., El Ganaoui M., Rogaume Y. Numerical analysis of heat and moisture transfer in porous material., // International Conference On Materials and Energy ICOME 16, France., pp. 175-179.
- [18] Ravshanov N., Shadmanov I.U. Mathematical model for the study and prediction of a porous body thermal state // 2019 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 537 022024.
- [19] Afolabi T. J., Agarry S. E. Mathematical modeling and simulation of the mass and heat transfer of batch convective air drying of tropical fruits // Chemical and Process Engineering Research. ISSN 2224-7467 (Paper) ISSN 2225-0913 (Online). Vol.23. 2014., pp. 9-19.
- [20] Болотов И.А. Математическое моделирование процессов тепло- и массопереноса во вращающихся телах. Монография // Болотов И.А., Мизонов В.Е., Зайцев В.А., Жуков П.В. – Иваново: ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет», 2010. – 56 с.
- [21] Fang Long Zhu., Zhou Y. Modelling Heat-Moisture Transport through Firefighters' Protective Fabrics from an Impinging Flame Jet by Simulating the Drying Process // Fibres & textiles in Western Europe 2013; 21, 5(101). pp. 85-90.
- [22] Парниев А.П., Марданов Б.М., Усманкулов А.К. Термо- и массообменные процессы в хлопке-сырце и его компонентах // – Ташкент: Фан ва технология, 2013. – 219 с.
- [23] Ribeiro J.W., Cotta R.M., Mikhailov M.D. Integral transform solution of Luikov's equations for heat and mass transfer in capillary porous media. // International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 36, Issue 18, 1993, pp. 4467-4475, doi.org/10.1016/0017-9310(93)90131-O.
- [24] Joaquín Zueco., López-Ochoa L.M. Network numerical simulation of coupled heat and moisture transfer in capillary porous media. // International Communications in Heat and Mass Transfer, Volume 44, 2013, Pages 1-6, ISSN 0735-1933, doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer. 2013.03.010.
- [25] Равшанов Н., Шадманов И.У. Математическая модель термического состояния пористого тела // Научно-технический и информационно-аналитический журнал ТУИТ, Ташкент, 2019, №1 (49). – С. 61-77.

- [26] Ravshanov N., Shadmanov I.U. Multidimensional model of heat-moisture transport in porous media // Journal of Physics: Conference Series 1546 (2020) 012098 IOP Publishing. doi:10.1088/1742-6596/1546/1/012098.

*Поступила в редакцию 20.12.2020*

UDC 004.94:519.637

## MODELING AND RESEARCH OF HEAT AND MOISTURE TRANSFER PROCESSES IN POROUS MEDIA

<sup>1</sup>*Ravshanov N.*, <sup>2\*</sup>*Shadmanov I.U.*

\*i.shadmanov@mathinst.uz

<sup>1</sup>Scientific and Innovation Center of Information and Communication Technologies,  
17A, mv. Buz-2, Tashkent, Uzbekistan, 100125.

<sup>2</sup>Bukhara Branch of the V.I.Romanovsky Institute of Mathematics AS RUz,  
Muhammad Ikbol 11, Bukhara, Uzbekistan, 200114

The article presents a mathematical model and the results of computational experiments on a computer for predicting the process of heat and moisture transfer in porous media, taking into account such factors as the intrinsic heat and moisture release of a porous natural product, changes in temperature and humidity of the environment. The developed software makes it possible to predict the change in temperature and moisture at arbitrary points of a porous body exposed to solar radiation. It was established by numerical calculations that moisture and heat exchange with the environment occurs in the upper layers of the cotton riot, and in the inner layers there is an increase in temperature and moisture due to the “respiration” of cotton and seeds, which depends on the initial moisture content of the rebellious raw cotton and the products of collapse ... Analysis of the results of numerical calculations showed that during long-term storage under the sun (60 days and more), the change in the temperature of cotton varies to  $85^{\circ}\text{C}$  and above, and the humidity inside the riot changes to 44%, which in the aggregate, it can lead to spontaneous combustion of the riot or the loss of the natural qualities of raw cotton.

**Keywords:** mathematical model, heat transfer, moisture transfer, internal heat and moisture release, porous medium, computational experiment.

**Citation:** Ravshanov N., Shadmanov I.U. 2021. Modeling and research of heat and moisture transfer processes in porous media. *Problems of Computational and Applied Mathematics.* 1(31): 76-90.