

**БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ
МАТЕМАТИК АНАЛИЗ КАФЕДРАСИ**

**МАТЕМАТИКА ВА УНИ
ЎҚИТИШНИНГ ЗАМОНАВИЙ
УСУЛЛАРИ**
(мақолалар тўплами)

II

БУХОРО–2021

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА
МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ
МАТЕМАТИК АНАЛИЗ КАФЕДРАСИ

**МАТЕМАТИКА ВА УНИ ЎҚИТИШНИНГ
ЗАМОНАВИЙ УСУЛЛАРИ**

(мақолалар тўплами)

II

БУХОРО–2021

12. U.A.Rozikov, N.H.Mamatova. Matematika va turmush. Toshkent, Fan nashriyoti, 2020.

Бундан ташқари, профессор-ўқитувчилар томонидан мактаб математика дарсларини самарали ташкил этиш, уларда замонавий педагогик технологиялардан фойдаланиш ҳамда онлайн таълимни жорий қилишга оид бир қанча илмий-услубий мақолалар нашр қилинган. Уларнинг аксарияти “Физика, математика ва информатика”, “Педагогик маҳорат”, “Илм сарчашмалари”, “Фан ва жамият” ва яна кўплаб илмий-услубий журналларда ёритилган.

БухДУ “Математик анализ” кафедраси жамоаси мактаб-олий таълим ҳамкорлигининг янада самарали йўлларини излаб топишда, ёшлар билан доимий равишда мулоқот қилишда, уларнинг муаммо ва тақлифлари билан қизиқишда, умуман, Янги Ўзбекистоннинг мактаб оstonасидан бошланишига ўз хиссасини қўшишда давом этади. Чунки, бугунги ёшларга берилаётган таълим-тарбия сифати, шухбасиз, келажакда ватанимиз тақдирини белгилаб беради.

АНИҚ ИНТЕГРАЛНИНГ ИҚТИСОДДАГИ ТАДБИҚЛАРИ

Алижон АВЕЗОВ

БухДУ Математик анализ кафедраси катта ўқитувчиси

Мафтуна НАМОЗОВА

БухДУ Математика таълим йўналиши 2-босқич талабаси

Азиза АМРИЛЛОЕВА

БухДУ Математика таълим йўналиши 2-босқич талабаси

1) Маълумки, **меҳнат унумдорлиги** иш куни мобайнида ўзгарувчи миқдордир. Меҳнат унумдорлиги $y = f(x)$ функция билан ифодалансин, бунда x иш кунининг бошланишидан ҳисобланган вақт оралиги, $f(x)$ эса вақтнинг шу ондаги (моментидаги) **меҳнат унумдорлигини** билдиради.

Меҳнат унумдорлигининг иш кунининг 4-соатидаги ҳажмини ҳисоблаш

масаласи қўйилган бўлсин.

Вақтнинг (3,4) оралигини энг каттасининг узунлиги Δx бўлган ораликларга бўламиз ва $f(x)$ функция бу кичик ораликларда ўзгармас десак ишлаб чиқариш меҳнат унумдорлигини $f(x) \Delta x$ кўпайтмага тенг бўлади. Шундай қилиб, иш кунининг 4-соатидаги ишлаб чиқариш меҳнат унумдорлиги

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_3^4 f(x) \Delta x = \int_3^4 f(x) dx$$

тенглик билан ифодаланади.

2) Маҳсулотлар омборига вақт бирлигида келтириладиган маҳсулот миқдорини $f(x)$ ва маҳсулот омборга келиб тушушидан бошланган вақт бирлиги x бўлса, x дан $x + \Delta x$ вақт оралигидаги омборга $f(x) \Delta x$ бирлик маҳсулот келади. Демак, омборга маҳсулот узлуксиз келиб турса, ундаги товарнинг захираси

$$\int_0^x f(s) ds$$

билан ифодаланади.

3) Машинасозлик саноати бирор хилдаги станокларни ишлаб чиқаради ва йиллик ишлаб чиқариши ўзгармас a га тенг бўлиб, x шу станоклар ишлаб чиқарилган йиллар бўлсин.

Вақтнинг t онидаги (моментидаги) станоклар сони (улар ишдан чиқмаган деб олинади).

$$\int_0^t a dx = [ax]_0^t = at$$

бўлади. Агар маҳсулот ишлаб чиқариш ҳажми арифметик прогрессия бўйича ўсувчи яъни

$$f(x) = a_0 + a_1 x$$

бўлса, станоклар сони

$$\int_0^t (a_0 + a_1 x) dx = \left[a_0 x + \frac{a_1 x^2}{2} \right]_0^t = a_0 t + \frac{a_1 t^2}{2}$$

ташқил этади.

4) Йиллик даромад t вақтнинг функцияси $D = f(x)$ бўлсин. Процент (фоиз) меъёри улуши i бўлиб, фоизлар устига қўшиб узлуксиз ҳисобланади. Даромаднинг t йилга ҳисобланган дисконтли ҳажмини топинг. Дисконт деб охири жами маблаг билан бошлангич маблаг орасидаги фарққа айтилади.

Бу миқдорни ҳисоблаш учун, вақт оралиги t ни n та тенг бўлақларга ажратамиз. Вақтнинг жуда ҳам кичик Δt оралигида даромадни ўзгармас деб $f(t) \Delta t$ га тенг қилиб олиш мумкин. Узлуксиз устига қўшиб ҳисобланган фоизларда дисконтли даромад қуйидагича ҳисобланади:

$$\frac{f(t) \Delta t}{e^{it}} = f(t) \Delta t e^{-it}.$$

$(0, t)$ вақт оралигидаги дисконтли даромад миқдори

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_0^t f(t) e^{-it} \Delta t = \int_0^t f(t) e^{-it} dt$$

бўлади.

Хусусий ҳолда, йиллик даромад ўзгармас бўлса, яъни $f(x) = a$ бўлса, дисконтли даромад

$$d = \int_0^t a e^{-it} dt = a \int_0^t f e^{-it} dt = a \left[-\frac{1}{i} e^{-it} \right]_0^t = \frac{a}{i} (1 - e^{-it})$$

бўлади.

Аниқ интеграл билан ечиладиган баъзи бир иқтисодий масалалар қараймиз.

$z = f(x)$ функция қандайдир ишлаб чиқаришнинг вақт ўтиши билан маҳсулдорликнинг ўзгаришини ифодаласин. У ҳолда $[t_1, t_2]$ вақт оралигида ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажми $Q(t_1, t_2)$ қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$Q(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad (1)$$

1-Масала. Ишлаб чиқаришга янги технологияни жорий этилгандан сўнг маҳсулдорликнинг ўзгариши $z = 32 - 2^{-0,5t+5}$ функция билан берилган, бу ерда t - ойларда вақтнинг ўзгаришини ифодалайди. Янги технология жорий этилгандан сўнг ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажмини ҳисобланг:

- a) Биринчи ойда
- b) Учинчи ойда
- c) Олтинчи ойда
- d) Йилнинг охири ойда

Ечиш. (1) формулага асосан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$Q(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} (32 - 2^{-0,5t+5}) dt = 32(t_2 - t_1) + \frac{64}{\ln 2} (2^{-0,5t_2} - 2^{-0,5t_1}).$$

У ҳолда

$$Q(0;1) = \int_0^1 (32 - 2^{-0,5t+5}) dt = 32(1 - 0) + \frac{64}{\ln 2} (2^{-0,5} - 2^0) = 4,95;$$

$$Q(2;3) = \int_2^3 (32 - 2^{-0,5t+5}) dt = 32(3 - 2) + \frac{64}{\ln 2} (2^{-0,5 \cdot 3} - 2^{-0,5 \cdot 2}) = 18,48;$$

$$Q(5;6) = \int_5^6 (32 - 2^{-0,5t+5}) dt = 32(6 - 5) + \frac{64}{\ln 2} (2^{-0,5 \cdot 6} - 2^{-0,5 \cdot 5}) = 27,22;$$

$$Q(11;12) = \int_{11}^{12} (32 - 2^{-0,5t+5}) dt = 32(12 - 11) + \frac{64}{\ln 2} (2^{-0,5 \cdot 12} - 2^{-0,5 \cdot 11}) = 31,4.$$

Олинган натижаларни таққослаб, янги технолгия ишлаб чиқаришга жорий этиш асосан биринчи ярим йилда юз беради.

Турли факторларга боглиқ равишда ишлаб чиқариш маҳсулдорлигининг ўзгариши масалан, Кобба-Дуглас функциясига боглиқ. Бу ҳолда $f(t)$ маҳсулдорлик учта кўпайтувчининг кўпайтмаси шаклида ифодаланади:

$$f(t) = a_0 A^\alpha(t) L^\beta(t) K^\gamma(t), \quad (2)$$

бу ерда $A(t), L(t), K(t)$ функциялар мос равишда табиат ресурслари, меҳнат ва капитал сарфлари, $a_0, \alpha, \beta, \gamma$ - қандайдир сонлар.

2-Масала. Агар Кобба-Дуглас функциясида

$$A(t) = e^t, L(t) = t+1, K(t) = 100-3t, a_0 = 1, \alpha = 1, \beta = \gamma = 0,5$$

бўлса, 5 йил давомида ишлаб чиқариладиган маҳсулот ҳажмини топинг (бу ерда, t - йилларда вақтнинг ўзгаришини ифодалайди):

Ечиш. (1) формулада $f(t)$ функцияни (2) формулага қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$Q(0;5) = \int_0^5 e^t (t+1)(100-3t) dt = \int_0^5 e^t (-3t^2 + 97t + 100) dt.$$

икки марта кетма-кет бўлаклаб интеграллашларни қўллаб, қуйидагига эга бўламиз:

$$Q(0;5) = e^t (-3t^2 + 97t + 100) \Big|_0^5 - (97 - 6t)e^t \Big|_0^5 - 6e^t \Big|_0^5 = 64825.$$

Жавоб. $Q=64825$

Аҳоли ўртасида даромаднинг нотекис тақсимланишини ифодаловчи $y = f(x)$ функцияни қараб чиқайлик, бу ерда y - x камбагал аҳоли томонидан олинadиган даромадлар. Ушбу функция графиги Лоренц эгри чизиги дейилади.

$p = f(x)$ - қандайдир маҳсулотга бўлган D талаб эгри чизиги ва $p = g(x)$ - S таклиф эгри чизиги. Бу ерда p - маҳсулот баҳоси, x - талаб (таклиф) катталиги. (x_0, p_0) нуқта орқали бозор мувозанатини белгилаймиз.

x_0 миқдордаги маҳсулотни p_0 нарх билан реализация қилингандан сўнг фойда $x_0 \cdot p_0$ га тенг. Агар нархни $p_0 = f(0)$ баҳодан p_0 баҳога тушурсак, (талабга асосан), у вақтда фойда қуйидаги интеграл билан аниқланади.

$$\int_0^{x_0} f(x) dx$$

Истеъмолчиларнинг

$$C = \int_0^{x_0} f(x) dx - p_0 x_0$$

тенглик билан аниқланувчи пул катталиклари истеъмолчининг ютуғи дейилади.

Шунга ўхшаш

$$P = p_0 x_0 - \int_0^{x_0} f(x) dx$$

миқдор тадбиркорнинг ютуғи дейилади.

3-Масала. Фирма ишлаб чиқарган маҳсулотга талаб функцияси қуйидагича бўлсин:

$$p = 134 - x^2$$

Агар мувозанат баҳоси 70 бўлса, истеъмолчи ютуғини ҳисобланг?

Ечиш.

а) $p_0=70$, x_0 ни топамиз:

$$70 = 134 - x^2$$

$$x^2 = 64; \quad x_0 = 8$$

Энди истеъмолчи ютуғини ҳисоблаймиз:

$$\int_0^{x_0} f(x) dx - p_0 x_0 = \int_0^8 (134 - x^2) dx - 70 \cdot 8 = 341,3$$

Жавоб. $C=341,3$ сум

4-Масала. Агар корхонанинг кунлик ишлаб чиқарган маҳсулдорлик функцияси қуйидагича берилган:

$$f(t) = -0,0033t^2 - 0,089t + 20,96$$

Корхонанинг бир йиллик (258 ишчи кунида) ишлаб чиқарган маҳсулот ҳажмини топинг

Ечиш. Бир кунлик ишлаб чиқарган маҳсулот миқдорини топамиз:

$$\int_0^8 f(t) dt = \int_0^8 (-0,0033t^2 - 0,089t + 20,96) dt = 164,269$$

Энди бир йиллик маҳсулот миқдорини ҳисоблаймиз:

$$Q = 164,269 \cdot 258 \approx 42381,402$$

Жавоб. $Q=42381$ маҳсулот бирлиги

Фойдаланилган адабиётлар

1. Ф.Насриддинов "Иқтисодчилар учун математика".
2. Гаймназаров, Қосимов.С, "Иқтисодиётда математика".
3. Н.Ш.Кремер. Высшая математика для экономистов. М. ЮНИТИ. 2007.

4. Г.М.Фихтенгольц. Математик анализ асослари. 1–том, Ўқитувчи, Тошкент, 1970, 488 бет.
5. Г.Азларов, Х.Мансуров. Математик анализ асослари. 1–том, Ўқитувчи, Тошкент, 1986, 408 бет.

**“МУЛОҲАЗАЛАР АЛГЕБРАСИ ФОРМУЛАЛАРНИНГ
АСОСИЙ ХОССАЛАРИ” МАВЗУСИНИ ЎҚИТИШДА
МУАММОЛИ ТАЪЛИМ ТЕХНОЛОГИЯСИ**

Олимжон АХМЕДОВ

БухДУ Математик анализ кафедраси ўқитувчиси

Бугунги кунда ўқитувчининг вазифаси ўқув жараёнини ўқувчиларда фақат репродуктив фикрлашни эмас, балки ижодий фикрлашни ҳам шакллантирадиган йўсинда ташкил қилишдир. Бунда ўқитишнинг муаммоли усули кўл келади. Дастлаб муаммоли таълим хақида қисқача маълумотлар келтирамиз. **Муаммоли таълим** – ўқув материални талаба онгида илмий изланиш асосида билиш вазифалари ва муаммоларини вужудга келтирадиган усулда ўргатиш услубидир. Талабанинг фикрлаш фаолиятида муаммоли вазиятлар вужудга келади ва улар объектив равишда изланиш ва мантикий тўғри илмий хулосалар чиқаришга даъват этади. Муаммо – илмий билишни ривожлантириш зарурлигини ифодалашнинг субъектив шаклидир. У муаммоли вазиятда, яъни жамият ривожланиши жараёнида билиш ва билмаслик ўртасида объектив равишда вужудга келадиган зиддият. Муаммоли вазият талабанинг маълум психик ҳолатидир. Бундай ҳолат маълум топшириқларни бажариш (масала ечиш, саволга жавоб топиш) жараёнида зиддиятларни аниқлаш туфайли вужудга келади. Ана шу зиддиятни англаш талабаларда ишни бажаришнинг усули ёки шартлари тўғрисидаги янги билимларни излаш эҳтиёжини уйғотади.

Муаммоли ўқитиш технологик йўл билан ривожланди. Натижада

МУНДАРИЖА

1	Т.Расулов, Б.Мамуров. Математика соҳасида мактаб-олий ўқув юрти ҳамкорлигини ривожлантириш истиқболлари	3
2	А.Авезов, М.Намозова, А.Амриллоева. Аниқ интегралнинг иқтисоддаги тадбиқлари	13
3	О.Ахмедов. “Мулоҳазалар алгебраси формулаларнинг асосий хоссалари” мавзусини ўқитишда муаммоли таълим технологияси	19
4	Б.Бахронов. Функция экстремумларини аниқлашнинг баъзи усуллари	25
5	Д.Бешимова, М.Ражабова. Мактаб ўқувчиларига фазода перпендикуляр тўғри чизик ва текисликларни ўқитишдаги тушунчалар	31
6	М.Бобоева, Т.Расулов. Мусбат сонлар учун ўрта кийматлар ва улар орасидаги муносабатлар	34
7	М.Бобоева. Математик тушунчаларни киритишнинг абстракт-дедуктив методи	42
8	Ш.Дўстова. Ехсел дастурининг амалий масалалар ечишда тадбиқи	46
9	Н.Жўраева, Г.Бобоева. Параметрли квадрат тенгламалар ва уларни ечиш	53
10	Ҳ.Латипов. Математика фани ривожига салмоқли ҳисса қўшган айрим машҳур математик олимлар ҳақида	64
11	Б.Мамуров, К.Амриллоева. Тасодифий ҳодиса тушунчасининг шаклланиши	71
12	Ф.Марданова. Математика дарсларида буюк аждодларимиз илмий меъросидан фойдаланиш	73
13	Н.Расулов, Ш.Ҳамидов. Айрим ноанъавий масалаларнинг ечимлари	77
14	Х.Расулов, У.Аслонов. О некоторых методах решений тригонометрических уравнений в средней школе	84
15	А.Рашидов. Ёшлар интеллектуал камолотида ижодий тафаккур ва креативликнинг ўрни	95
16	Г.Сайлиева. 10-синф “Математика” дарслигида келтирилган “тўпламлар ва мантиқ” боби мавзуларини мустаҳкамлашда фойдаланиш мумкин бўлган замонавий педагогик методлар	98
17	Н.Тошева, Т.Файзиев. Тригонометрик тенгсизликларни ечишда алгоритмик методни қўллаш	104
18	Н.Тошева, Д.Дониёрова. Тригонометрик тенгсизликларни ечишда бирлик айланадан фойдаланиш	108
19	У.Умарова. “Мулоҳазалар алгебраси тенг кучли формулалари”	113