PEDAGOGIK AKMEOLOGIYA

xalqaro ilmiy-metodik jurnal

MS
2022

E-ISSN 2181-379-5
9 772181 379008

ISSN 2181-3787
9 772181 378001

ISSN 2181-3787
E-ISSN 2181-3795

“PEDAGOGIK AKMEOLOGIYA”

xalqaro ilmiy-metodik jurnal

«ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ АКМЕОЛОГИЯ»

международный научно-методический журнал

“PEDAGOGICAL ACMEOLOGY”

international scientific-methodical journal

maxsus son
2022

Jurnal haqida

"Pedagogik akmeologiya" xalqaro ilmiy-metodik jurnali

"Pedagogik akmeologiya" xalqaro ilmiy-metodik jurnaliga taqdim etilgan ilmiy maqolalarga qo'yiladigan asosiy talablar falsafa doktori (PhD), fan doktori (DSc) dissertatsiyalarining asosiy ilmiy natijalarini xalqaro standartlar va O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzurida Oliy attestatsiya komissiyasi to'g'risidagi Nizom" talablari, shu jumladan elektron ilmiy-texnik jurnallarga qo'yiladigan talablar tizimi hisoblanadi.

«Педагогическая акмеология» международный научно-методический журнал

Основные требования к научным статьям, представляемым в международном научно-методическом журнале «*Педагогическая акмеология*» являются научные труды, рекомендованные для публикации основных научных результатов докторских (PhD), (DSc) диссертаций в соответствии с международными стандартами и «Положением о Высшей аттестационной комиссии» при Кабинете Министров Республики Узбекистан, в частности требования к электронным научно-техническим журналам.

About the magazine

"Pedagogical akmeology" international scientific-metodical journal

The main requirements for scientific articles submitted to the international scientific-metodical journal "Pedagogical akmeology" are scientific publications recommended for the publication of the main scientific results of doctoral (PhD), (DSc) dissertations in accordance with international standards and the “Regulation on the Higher Attestation Commission” Under the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan, including from templates in the system of requirements for electronic scientific and technical journals.

Muassislar: “Sadriddin Salim Buxoriy” MCHJ “Durdona” nashriyoti,
Buxoro davlat pedagogika instituti

Tahririyat manzili: O‘zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko‘chasi, 11-uy

Web-sayt: www.paresearchjournal.uz

MUNDARIJA

Rasulov Xaydar Raupovich,
Buxoro davlat universiteti,
Matematik analiz kafedrasi dotsenti
http://orcid.org/0000-0001-8525-4701

ABSOLYUT UZLUKSIZ FUNKSIYALAR MAVZUSINI O‘QITISHDA AYRIM METODIK TAVSIYALAR

Annotatsiya. *Maqolada matematik analiz fanining asosiy bo‘limi bo‘lgan absolyut uzluksiz funksiyalar sinfi haqida batafsil ma’lumotlar bayon qilingan. Absolyut uzluksiz funsiyalarning ikkita ta’rifi alohida-alohida keltirilib, ekvivalentligi isbotlab ko‘rsatilgan. Bir qator xossalari keltirilib, ayrimlarini isbotlari ham tushuntirib berilgan. Mavzuni talabalarga tushuntirishda duch kelinadigan asosiy muammolar yoritilib, uni o‘qitish bo‘yicha uslubiy ko‘rsatmalar tavsiya qilingan. Uzluksiz va absolyut uzluksiz funksiyalarga hamda uzluksiz bo‘lib, absolyut uzluksiz bo‘lmaydigan funksiyalarga misollar keltirilgan.*

Kalit so‘zlar: *uzluksiz, absolyut uzluksiz, Riman integrali, Stiltes integrali, tanlov darslari, Lebeg integrali, sanoqli intervallar sistemasi, ekvivalent, soni chekli, monoton kamaymaydigan absolyut uzluksiz funksiya, hosila, o‘zgarmas son, funksiya variatsiyasi, Lipshits sharti.*

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ ТЕМЫ ОБ АБСОЛЮТНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЯХ

Расулов Хайдар Раупович,
Бухарский государственный университет,
доцент кафедры математического анализа
http://orcid.org/0000-0001-8525-4701

Аннотация. *В статье представлена подробная информация о классе абсолютно непрерывных функций, который является основным разделом математического анализа. Даются отдельно-отдельно два определения абсолютно непрерывных функций и доказаны их эквивалентность. Приведен ряд свойств, а также объяснены доказательства некоторых из них. Выделены основные проблемы, возникающие при преподавании темы студентам, и рекомендованы методические указания по его разъяснению. Приведены примеры непрерывных и абсолютно непрерывных функций, а также функций непрерывных и не абсолютно непрерывных.*

Ключевые слова: *непрерывный, абсолютно непрерывный, интеграл Римана, интеграл Стилтьеса, избранные уроки, интеграл Лебега, система пронумерованных интервалов, эквивалентность, конечное число, монотонно неубывающая абсолютно непрерывная функция, производная, постоянное число, вариация функции, условие Липшица.*

SOME GUIDELINES FOR TEACHING THE SUBJECT OF ABSOLUTE CONTINUOUS FUNCTIONS

Rasulov Xaydar Raupovich,
Bukhara State University, Associate Professor of the Department of Mathematical Analysis
http://orcid.org/0000-0001-8525-4701

Annotation. *The article provides detailed information about the class of absolutely continuous functions, which is the main branch of calculus. Two definitions of absolutely continuous functions are given separately and their equivalence is proved. A number of properties are given, and the proofs of some of them are explained. The main problems that arise when explaining the subject to students are identified, and methodological guidelines for* *teaching it are recommended. Examples are given of continuous and absolutely continuous functions, as well as functions of continuous and not absolutely continuous.*

Keywords: *continuous, absolutely continuous, Riemann integral, Stiltes integral, choice classes, Lebesgue integral, system of numbered intervals, equivalence, finite number, monotonically nondecreasing absolutely continuous function, derivative, constant number, variation of a function, Lipschitz condition.*

KIRISH

Ma’lumki, Riman integrali matematik analizning asosiy mavzularidan biridir. Amaliy tadbig‘ining ko‘pligi bilan fanda muhim o‘rin tutadi. Riman integralining umumlashmasi bo‘lgan Stiltes integralini o‘rganishda esa absolyut uzluksiz funksiyalar asosiy vazifani o‘taydi.

O‘z navbatida absolyut uzluksiz funksiyalar keng amaliy tadbiqqa ega hisoblanadi. Bu funksiyalar sinfi ko‘proq olimlarning ilmiy izlanishlarida qo‘llanilganligi sababli bakalavriyatda mavzu bo‘yicha ko‘p ma’lumotlar berilmaydi. Faqatgina ayrim tanlov darslarida, masalan «Analizning tanlangan boblari» fanida qisqacha ma’lumot berib o‘tiladi.

Hozirgi vaqtda ilm-fan jadal rivojlanib kelayotgan vaqtda bir qator talabalarning ilmiy ishlar bilan shug‘ullanishlari ham ko‘payib bormoqda. Bu esa mavzuning dolzarbligini namoyon qiladi.

Matematik analiz fani va mavjud adabiyotlarda absolyut uzluksiz funksiyalarga doir ma’lumotlar berilgan [1-2]. Biroq, bir adabiyotda boshqa ta’rif, ikkinchi adabiyotda esa boshqa (ekvivalent) ta’riflar keltirilgan. Absolyut uzluksiz funksiyalarga nisbatan juda kam misollar echib ko‘rsatilgan. Shuningdek, uzluksiz va absolyut uzluksiz funksiyalar o‘rtasidagi bog‘liqlar va ularga doir misollar juda kam berilgan.

Absolyut uzluksizlik tushunchasini yana quyidagicha tushuntirib berish mumkin. Absolyut uzluksizlik – noformal aytilganda, matematik analizda integrallash va differensiallash o‘rtasidagi bog‘liqlik haqidagi Nyuton-Leybnitsning teoremasining bajarilishida funksiya va o‘lchovlarning xossalari hisoblanadi. Odatda bu teorema Riman integrali terminida shakllantiriladi va hosilani Riman bo‘yicha integrallanishini o‘z ichiga oladi. Agar kengroq bo‘lgan Lebegning umumiy integralini o‘rganadigan bo‘lsak, deyarli hamma joyda o‘lchanuvchi hosilaning mavjud bo‘lishi kuchsiz bo‘lib qoladi. Nyuton-Leybnits teoremasida keltirilgan munosabatlarni bajarilishi uchun absolyut uzluksizlik zarur bo‘lib qoladi. Bu tushuncha Radon-Nikodim teoremasi yordamida o‘lchovlar nazariyasiga o‘tkaziladi [3].

ASOSIY QISM

Endi bevosita uzluksiz funksiyalar sinfini batafsil yoritishga harakat qilamiz.

Ta’rif 1. $[a,b]$ kesmada aniqlangan $f(x)$ funksiya berilgan bo‘lsin. Agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta > 0$ son mavjud bo‘lsaki, o‘zaro kesishmaydigan har qanday $\{(a_k b_k)\}_{k=1}^{\infty}$ sanoqli intervallar sistemasi uchun

$$\bigcup_{k=1}^{\infty}(a_k b_k) \subset [a,b], \sum_{k=1}^{\infty}(b_k - a_k) < \delta$$

shartlar bajarilganda

$$\sum_{k=1}^{\infty}|f(b_k) - f(a_k)| < \varepsilon \qquad (1)$$

tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, u holda $f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada absolyut uzluksiz deyiladi.

Umuman R dagi ixtiyoriy oraliqda aniqlangan funksiya uchun absolyut uzluksizlik tushunchasini shunday kiritish mumkin.

Kelgusida qulaylik uchun absolyut uzluksiz funksiyalarning ushbu ta’rifidan foydalanish ham mumkin.

Ta’rif 2. Agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta > 0$ son mavjud bo‘lsaki, $[a,b]$ kesmadagi chekli sondagi o‘zaro kesishmaydigan har qanday $\{(a_k b_k)\}_{k=1}^{n}$ intervallar sistemasi uchun

$$\sum_{k=1}^{n}(b_k - a_k) < \delta$$

shart bo‘lganda

$$\sum_{k=1}^{n}|f(b_k) - f(a_k)| < \varepsilon$$

tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, $f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada absolyut uzluksiz deyiladi. Bu ta’riflarning ekvivalentligini isboti quyida keltiriladi.

Ta’riflar aytilganidan so‘ng, albatta uzluksiz va absolyut uzluksiz funksiyalar o‘rtasidagi bog‘liqlik haqida savol berish maqsadga muvofiq hisoblanadi. Jumladan, $[a, b]$ kesmada har qanday absolyut uzluksiz funksiya uzluksiz bo‘ladi. Yuqorida keltirilgan ta’riflarga $n = 1$ desak, $[a, b]$ kesmada uzluksiz funksiyaning ta’rifiga kelamiz.

Absolyut uzluksiz funksiyalarning xossalari

1. Absolyut uzluksiz funksiyaning ta’rifidagi «soni chekli» jumlani «soni chekli yoki sanoqli» jumla bilan almashtirish mumkin.

2. (1) tengsizlik

$$\left|\sum_{k=1}^{n}(f(b_k) - f(a_k))\right| < \varepsilon$$

tengsizlik bilan almashtirilsa, absolyut uzluksizlik ta’rifi o‘zgarmaydi (birinchi va ikkinchi ta’riflarning ekvivalentligi).

Haqiqatdan ham, faraz qilaylik $[a, b]$ oraliqda berilgan $f(x)$ funksiya quyidagi shartni qanoatlantirsin: ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta > 0$ son mavjud bo‘lib, ixtiyoriy o‘zaro kesishmaydigan $\{(a_k, b_k)\}_1^n$ $(a_k < b_k)$ intervallar sistemasi uchun

$$\bigcup_{k=1}^{n}(a_k, b_k) \subset [a, b], \sum_{k=1}^{n}(b_k - a_k) < \delta \qquad (2)$$

bo‘lganda

$$\left|\sum_{k=1}^{n}(f(b_k) - f(a_k))\right| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsin.

Yuqoridagi shartning zaruriyligi absolyut uzluksiz funksiyaning ta’rifidan osongina kelib chiqadi. Endi bu shartning etarliligini ko‘rsatamiz.

Faraz qilaylik, $f(x)$ funksiya haqiqiy qiymat qabul qiluvchi va $\varepsilon > 0$ bo‘lib, bu son uchun yuqoridagi shartni qanoatlantiruvchi $\delta > 0$ topilgan bo‘lsin.

Agar $\{(a_k, b_k)\}_{k=1}^n$ yuqoridagi (2) shartlarni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy intervallar sistemasi bo‘lsa, biz bu sistemani ikkita guruhga bo‘lamiz. Birinchi guruhga $f(b_{k_l}) \geq f(a_{k_l})$ shartni qanoatlantiruvchi $(a_{k_l}, b_{k_l}), l = \overline{1, m}$ intervallar kirsin (bu shartni qanoatlantiruvchi birorta ham interval bo‘lmasligi mumkin). Ikkinchi guruhga $\{(a_k, b_k)\}$ sistemadagi kolgan $(a_{k_q}, b_{k_q}), q = \overline{m+1, n}$ intervallarni kiritamiz.

SHartga ko‘ra,

$$\sum_{l=1}^{m}(b_{k_l} - a_{k_l}) < \delta \text{ va } \sum_{q=m+1}^{n}(b_{k_q} - a_{k_q}) < \delta$$

tengsizliklarning ikkalasi ham bajariladi. Shuning uchun quyidagi

$$\left|\sum_{l=1}^{m}(f(b_{k_l}) - f(a_{k_l}))\right| < \varepsilon, \left|\sum_{q=m+1}^{n}\left(f\left(b_{k_q}\right) - f\left(a_{k_q}\right)\right)\right| < \varepsilon$$

tengsizliklarga ega bo‘lamiz.

Bu tengsizliklardan

$$\sum_{k=1}^{n}|f(b_k)-f(a_k)|=\sum_{l=1}^{m}\left|f\left(b_{k_l}\right)-f(a_{k_l})\right|+\sum_{q=m+1}^{n}\left|f\left(b_{k_q}\right)-f(a_{k_q})\right|=$$

$$=\left|\sum_{l=1}^{m}(f\left(b_{k_l}\right)-f(a_{k_l}))\right|+\left|\sum_{q=m+1}^{n}(f\left(b_{k_q}\right)-f\left(a_{k_q}\right))\right|<\varepsilon+\varepsilon=2\varepsilon$$

munosabat kelib chiqadi, ya'ni $f(x)$ absolyut uzluksiz funksiya.

Agar $f(x)$ kompleks qiymatli funksiya bo‘lsa, uning haqiqiy va mavhum qismlarining absolyut uzluksizligini yuqoridagidek ko‘rsatamiz. Bundan $f(x)$ funksiyaning o‘zi ham absolyut uzluksiz ekanligi kelib chiqadi.

3. $[a,b]$ kesmada absolyut uzluksiz bo‘lgan funksiyaning shu kesmada o‘zgarishi chegaralangandir.

4. Agar $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar $[a,b]$ kesmada absolyut uzluksiz bo‘lsa $f(x)\pm g(x)$, $f(x)\cdot g(x)$ funksiyalar va berilgan kesmada $g(x)\neq 0$ bo‘lganda $\frac{f(x)}{g(x)}$ funksiya ham shu kesmada absolyut uzluksiz bo‘ladi.

SHuni ta'kidlash joizki, agar $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar R dagi chegaralangan to‘plamda absolyut uzluksiz bo‘lsa $f(x)\cdot g(x)$ funksiya umuman aytganda absolyut uzluksiz emas.

5. Har qanday absolyut uzluksiz funksiyani ikkita monoton kamaymaydigan absolyut uzluksiz funksiyalarning ayirmasi shaklida tasvirlash mumkin.

6. Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada Lebeg ma'nosida integrallanuvchi bo‘lsa, u holda

$$F(x)=\int_a^x f(t)d\mu$$

funksiya yoki Lebegning aniqmas integrali absolyut uzluksiz funksiya bo‘ladi.

7. $[a,b]$ kesmada absolyut uzluksiz $F(x)$ funksiya shu oraliqning deyarli barcha nuqtalarida chekli hosilaga ega va $f(x)=F'(x)$ funksiya $[a,b]$ da jamlanuvchi, bundan tashqari, har bir $x\in[a,b]$ uchun

$$\int_a^x f(t)d\mu=F(x)-F(a)$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.

8. Agar $[a,b]$ kesmada absolyut uzluksiz $f(x)$ funksiyaning hosilasi $f'(x)$ deyarli har bir nuqtada nolga teng bo‘lsa, $f(x)$ funksiya o‘zgarmas songa teng bo‘ladi.

$[a,b]$ kesmada aniqlangan $f(x)$ funksiya va $\alpha, 0<\alpha<1$ son berilgan bo‘lsin. Agar shunday o‘zgarmas K son mavjud bo‘lib, ixtiyoriy $x,y\in[a,b]$ lar uchun

$$|f(x)-f(y)|\leq K|x-y|^{\alpha}$$

tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, $f(x)$ funksiyani α darajali Gyolder sinfi $H^{\alpha}[a,b]$ ga qarashli deymiz. Odatda $\alpha=1$ darajali Gyolder sinfiga qarashli funksiyalarni Lipshits shartini qanoatlantiruvchi funksiyalar deb aytiladi.

Xossalarning isboti o‘rganilganda, 3-xossaning isbotlash yo‘li muhim ahamiyatga egaligi va boshqa isbotlarga o‘xshamasligi ko‘rinadi. Ushbuni inobatga olib, 3-xossani isbotini keltiramiz.

Isbot. Ixtiyoriy $\varepsilon>0$ soni va unga mos ravishda absolyut uzluksiz funksiyalarning ta'rifida keltirilgan $\delta>0$ berilgan bo‘lsin.

Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada cheksiz variatsiyaga ega bo‘lsa, u holda $[a,b]$ kesmani $max(x_i-x_{i-1})<\delta$ bo‘lgan ixtiyoriy chekli $[a,x_1],[x_1,x_2],\ldots[x_{n-1},b]$ bo‘linishini olganimizda, shunday $[x_{i-1},x_i]$ kesma topiladiki, unda $f(x)$ funksiyani variatsiya cheksiz bo‘ladi.

$[x_{i-1}, x_i]$ kesmani shunday $\left[x_i^{(j)} + h_j, x_i^{(j)}\right], j = 1,2, \dots m$ bo‘laklarga ajratamizki,

$$\sum_{j=1}^{m} h_j < \delta$$

bo‘lganda

$$\sum_{j=1}^{m} \left| f\left(x_i^{(j)} + h_j\right) - f\left(x_i^{(j)}\right) \right|$$

cheksiz katta bo‘ladi. Bu esa funksiyaning absolyut uzluksiz ekanligiga zid. Xossa isbotlandi.

USULLAR

Absolyut uzluksiz funksiyalar mavzusini mustahkamlashda, xususan ularga doir misol-masalalarni echishda Singapurda keng qo‘llaniladigan usuldan foydalanishga harakat qilamiz.

Ma’lumki, 1995 yildan boshlab singapurlik o‘quvchilar va talabalar matematikadan o‘tkazilayotgan turli xalqaro olimpiadalar g‘olibi bo‘lib kelishmoqda. Shu sababli ko‘pgina davlatlar Singapur matematikasini butunligicha joriy etishga yoki undan nusxa olishga urinib kelishmoqda. AQSH, YAponiya, Isroil, Rossiya va Koreya davlatlarida ham bu yondashuvni asos qilib olib, Singapur matematikasi uslubiyotini matematika fanini o‘qitishda joriy etishmoqda.

Singapur matematikasining asosiy xususiyatlari quyidagilardan iborat: ta’lim jarayonining mohiyati katta hajmdagi o‘quv materialini o‘rganishga emas, balki kiritilayotgan matematik atama va faktlarni tushunish chuqurligiga e’tibor beriladi. Odatdagi, xususan bizning maktab va oliy ta’lim muassasalarida matematika fani o‘quv dasturlarimizda buning aksi: dasturlarimiz o‘quv yuklamasi juda katta, o‘rganilishi kerak bo‘lgan mavzular juda ko‘p, vaqtimiz esa cheklangan. Buning oqibatida bu mavzularni chuqur o‘rganish imkoniyatlari cheklangan.

Dars yangi turdagi masalani echish qoidasidan emas, balki bevosita notanish masalani echishdan boshlanadi. O‘quvchi va talabalar oldingi bilim va ko‘nikmalari asosida intuitiv ravishda masalani echishga urinib ko‘radilar. Ular birgalikda «urinish, xato qilish va uni tuzatish» orqali mulohaza yuritadilar, xatolar qiladilar hamda bu xatolar ustida ishlashadi, shu asosida to‘g‘ri echimga bosqichma-bosqich yaqinlashib borishadi. Bu o‘rinda, o‘quvchi va talabalar xato qilish unchalik yomon ish emasligini, aynan turli xato echimlarni tahlil qilish va tekshirish (kichik tadqiqot) jarayoni bora-bora ularni to‘g‘ri echimga olib borishini o‘z tajribalari asosida tushunib etishadi.

O‘quvchilar bir necha kishilik kichik guruhlarda interfaol usullar bilan shug‘ullanadilar. Masalani jamoa bo‘lib echishga o‘rganadilar, mavzuni qanday tushunganliklarini bir-birlariga aytib berishadi, echimlarni muhokama qiladilar hamda jamoaviy ishlarni bajarishadi [4].

Ta’lim jarayonining boshidan amaliy ishga yo‘naltirilganligi u yoki bu matematik tushunchaning nima sababdan o‘rganilayotganligi va uning hayotiy vaziyatlarda qachon va qaerda kerak bo‘lishini oldindan bilishga va ta’lim olishga bo‘lgan motivatsiyani (qiziqishni) oshiradi. Bu esa, matematika fani hayotda kerakli va foydali bo‘lishi bilan birga, uning jozibador fan ekanligini ham ta’minlaydi.

YUqorida keltirilganlarni inobatga olib, biz asosiy tushunchalarni keltiramiz. Misollarni esa talabalarning o‘zi echishiga undaymiz.

SHu o‘rinda aytish lozimki, taqdim qilinayotgan misollarni o‘zimiz tuzishimiz yoki mavjud adabiyotlardan olishimiz mumkin. Misol va masalalar tanlanayotganda asosiy e’tibor ularning o‘tilgan nazariy qism bilan chambarchas bog‘liqligini inobatga olishga qaratish lozim. Shunda talabalarning o‘zi o‘qituvchi tomonidan masala echib ko‘rsatilmasa ham misol va masalalarni echishga harakat qiladilar va echa oladilar. Bu tadqiqotlar usuli - talabalar o‘rtasida qo‘llanilishi mumkin bo‘lgan eng samarali usul hisoblanadi.

1-misol. $f(x) = x$ funksiyaning $[0,1]$ kesmada absolyut uzluksizligini isbotlang.

Echish. Faraz qilaylik $\varepsilon > 0$ ixtiyoriy son bo‘lsin. $\delta = \varepsilon > 0$ deb olamiz. Endi bu $\delta -$ son ta’rifdagi shartni qanoatlantirishini ko‘rsatamiz. Ixtiyoriy $\{(a_k, b_k)\}_{k=1}^{n}$ o‘zaro kesishmaydigan intervallar sistemasi uchun

$$\bigcup_{k=1}^{n}(a_k, b_k) \subset [0,1], \sum_{k=1}^{n}(b_k - a_k) < \delta$$

shartlar bajarilgan bo‘lsin. U holda

$$\sum_{k=1}^{n}|f(b_k) - f(a_k)| = \sum_{k=1}^{n}|b_k - a_k| = \sum_{k=1}^{n}(b_k - a_k) < \delta = \varepsilon,$$

ya’ni

$$\sum_{k=1}^{n}|f(b_k) - f(a_k)| < \varepsilon$$

tengsizlik ham bajariladi.

$f(x) = x$ va o‘zgarmas funksiya absolyut uzluksiz bo‘lganligi uchun 4 – xossaga ko‘ra ixtiyoriy ko‘p had ham [0,1] kesmada absolyut uzluksiz bo‘ladi.

2-misol. Agar $f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada Lipshits shartini qanoatlantirsa, uning shu kesmada absolyut uzluksiz bo‘lishini isbotlang.

Echish. $f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada Lipshits shartini qanoatlantirsin, ya’ni shunday $k > 0$ mavjud bo‘lib, ixtiyoriy $x, y \in [a, b]$ lar uchun $|f(x) - f(y)| = k(x - y)$ o‘rinli bo‘lsin.

Ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun $\delta = \varepsilon/k$ deb olamiz. U holda o‘zaro kesishmaydigan $\{(a_k, b)\}_{k=1}^{n}$ intervallar sistemasi uchun

$$\bigcup_{k=1}^{n}(a_\mathrm{k}, b_k) \subset [a, b], \sum_{k=1}^{n}(b_k - a_\mathrm{k}) < \delta$$

shartlar bajarilsa,

$$\sum_{k=1}^{n}|f(b_\mathrm{k}) - f(a_\mathrm{k}) \leq \sum_{k=1}^{n}\mathrm{k}|b_k - a_\mathrm{k}| \leq \mathrm{k}\sum_{k=1}^{n}(b_k - a_\mathrm{k}) < k\delta = \varepsilon,$$

ya’ni

$$\sum_{k=1}^{n}|f(b_\mathrm{k}) - f(a_\mathrm{k})| < \varepsilon$$

tengsizlik bajariladi. Demak, $f(x)$ absolyut uzluksiz funksiya.

Bu misoldan xususiy holda ko‘rinadiki, $f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada absolyut uzluksiz bo‘ladi. Chunki bunday funksiya Lagranj teoremasiga ko‘ra Lipshits shartini qanotlantiradi.

3-misol. $f(x) = x^2$ funksiyaning $(-\infty; \infty)$ oraliqda absolyut uzluksiz emasligini ko‘rsating.

Echish: $\varepsilon = 2$ deb olamiz. Quyidagi ikkita $x_n = n, y_n = n + \frac{1}{n}$ ketma-ketliklarni qaraymiz. U holda quyidagi munosobatlar o‘rinli:

$$\left||x_n - y_n| = \frac{1}{n} \to 0,\right|$$

$$|f(x_n) - f(y_n)| = 2 + \frac{1}{n^2} > 2, \forall n \in N,$$

ya’ni, ixtiyoriy $\delta > 0$ son uchun shunday $n_0 \in N$ topiladiki, tengsizlik bajariladi. Lekin $|f(x_n) - f(y_n)| > \varepsilon$.

Bundan ko‘rinadiki, $f(x) = x^2$ funksiya $(-\infty, \infty)$ oraliqda absolyut uzluksiz emas. Lekin $g(x) = x$ funksiya $(-\infty, \infty)$ oraliqda absolyut uzluksiz. Buni 1-misoldagidek isbotlash mumkin.

4-misol. Agar o‘zaro kesishmaydigan $\{(a_k, b_k)\}_{k=1}^{\infty}, (a_k < b_k)$ intervallar sistemasi mavjud bo‘lib,

$$\sum_{k=1}^{\infty}(b_k - a_k) < \infty \; va \; \sum_{k=1}^{\infty}|f(b_k) - f(a_k)| = \infty$$

munosabatlar bajarilsa, u holda $f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada absolyut uzluksiz bo‘lolmasligini isbotlang.

Echish: Agar biror $k \in N$ uchun $f\left(b_{k_0}\right) = \infty$ yoki $f\left(a_{k_0}\right) = \infty$ bo‘lsa, u holda $f(x)$ ning absolyut uzluksiz emasligi o‘z-o‘zidan ravshan. Chunki bu holda $f(x)$ funksiya b_{k_0} yoki a_{k_0} nuqtada uzilishga ega bo‘lar edi. Shuning uchun umumiylikka ziyon etmasdan ixtiyoriy $n \in N$ uchun $\left|f\left(a_{k_0}\right)\right|$ va $\left|f\left(b_{k_0}\right)\right|$ chekli son deb faraz qilish mumkin.

$\varepsilon = 1$ deb olamiz.

$$\sum_{k=1}^{\infty}(b_k - a_k)$$

qator yaqinlashuvchi bo‘lganligi uchun ixtiyoriy $\delta > 0$ uchun shunday N son topiladiki,

$$\sum_{k=1}^{\infty}(b_k - a_k) < \delta$$

tengsizlik bajariladi.

$$\sum_{k=1}^{n}|f(b_{\mathrm{k}}) - f(a_{\mathrm{k}})| = \infty$$

bo‘lganligi va har bir k uchun $f\left(a_{k_0}\right)$ va $f\left(b_{k_0}\right)$ chekli son bo‘lganligi uchun

$$\sum_{k=1}^{n}|f(b_{\mathrm{k}}) - f(a_{\mathrm{k}})| = \infty > 1 = \varepsilon$$

tengsizlikga ega bo‘lamiz. Bundan absolyut uzluksiz funksiyaning 1-xossasiga ko‘ra, $f(x)$ funksiya $[a, b]$ da absolyut uzluksiz emas degan xulosaga kelamiz.

5-misol. $f(x) = x^{\alpha}, 0 < \alpha < 1$ funksiyaning [0,1] oraliqda absolyut uzluksiz ekanligini isbotlang.

Echish: Faraz qilaylik ε oldindan berilgan musbat son bo‘lsin. $\delta = \left(\frac{\varepsilon}{1+\alpha}\right)^{1/\alpha} > 0$ deb olamiz.

Endi $\{(a_k, b_k)\}_{k=1}^{\infty}, (a_k < b_k), (a_k, b_k) \subset [0,1]$ o‘zaro kesishmaydigan va uzunliklarining yig‘indisi δ dan kichik bo‘lgan intervallar sistemasi bo‘lsin.

Agar δ nuqta biror (a_{k_0}, b_{k_0}) intervalda yotsa, u holda bu intervalni ikki (a_{k_0}, δ) va (δ, b_{k_0}) intervallarga bo‘lib, $\{(a_k, b_k)\}$ sistemadagi (a_{k_0}, b_{k_0}) intervalni $(a_{k_0}, \delta) \cup (\delta, b_{k_0})$ bilan almashtiramiz. O‘z-o‘zidan ravshanki, bu bilan funksiya qiymatlar ayirmasi modullarining yig‘indisi kamaymaydi. Shuning uchun umumiylikka zarar keltirmasdan δ nuqta birorta ham intervalda yotmaydi deb faraz qilishimiz mumkin.

$\{(a_k, b_k)\}_{k=1}^{n}$ intervallar sistemasini ikki guruhga bo‘lamiz. Birinchi guruhga $[0, \delta]$ oraliqda yotuvchi $\left(a_{k_e}, b_{k_e}\right), e = \overline{1, m}$ intervallarni kiritamiz. Ikkinchi guruhga qolgan $\left(a_{k_q}, b_{k_q}\right), q = \overline{m+1, n}$ intervallarni kiritamiz. U holda ixtiyoriy

$$x \in \bigcup_{q=m+1} \left(a_{k_q}, b_{k_q}\right)$$

uchun

$$|f'(x)| = |\alpha x^{\alpha-1}| \leq \frac{\alpha}{\delta^{1-\alpha}}$$

bo‘ladi.

SHuning uchun Lagranj teoremasiga ko‘ra,

$$\sum_{k=1}^{n}|f(b_k)-f(a_k)|=\sum_{e=1}^{m}\left|f(b_{k_e})-f(a_{k_e})\right|+\sum_{q=m+1}^{n}\left|f(b_{k_q})-f(a_{k_q})\right|\leq$$

$$\bigvee_{0}^{\delta}[f]+\sum_{q=m+1}^{n}\frac{\alpha}{\delta^{1-\alpha}}\left|f(b_{k_q})-f(a_{k_q})\right|<$$

$$<\delta^{\alpha}+\frac{\alpha\delta}{\delta^{1-\alpha}}=(1+\alpha)\delta^{\alpha}=\varepsilon$$

6-misol. $\alpha\ (0<\alpha<1)$ darajali Gyolder sinfiga qarashli, ammo absolyut uzluksiz boʻlmagan funksiyaga misol keltiring.

Echish. Avvalo quyidagi mulohazani ta'kidlaymiz: Agar $f(x)$ va $g(x)$ mos ravishda $H^{\alpha}, 0<\alpha\leq 1)$ va $H^{\beta}, 0<\beta\leq 1)$ sinfiga qarashli boʻlsa, u holda $F(x)=f(g(x))$ murakkab funksiya $H^{\alpha\beta}$ sinfga qarashli boʻladi (isbotlang). YUqorida $g(x)$ funksiyaning qiymatlar toʻplami $f(x)$ funksiyaning aniqlanish sohasiga qarashli deb faraz qilingan.

Endi $[0,1]$ oraliqda aniqlangan quyidagi funksiyalarni qaraymiz.

$$g(x)=\begin{cases}x^{n+2}\\ 0\end{cases} sin\frac{1}{x^n} \text{ va } f(y)=y^{\alpha}, 0<\alpha<1.$$

$g(x)$ funksiyaning hosilasini hisoblaymiz:

$$g'(x)\ =\begin{cases}(n+2)x^{n+1}\,sin\frac{1}{x^n}-nx\,cos\frac{1}{x^n}, 0<x\leq 1\\ 0, x=0.\end{cases}$$

Koʻrinib turibdiki, $g'(x)$ funksiya $[0,1]$ oraliqda uzluksiz funksiya, shuning uchun $g(x)$ funksiya Lipshits shartini qanoatlantiradi.

Bundan yuqorida ta'kidlaganimizga koʻra, ixtiyoriy n va α (0< $\alpha<1$) uchun $F(x)=f(|g(x)|)$ funksiya α darajali Gyolder sinfiga qarashli boʻladi.

Endi faraz qilaylik $\alpha\ (0<\alpha<1)$ oldindan berilgan son boʻlsin. Berilgan α uchun shunday $n_0\in N$ son topiladiki $\frac{n_0+2}{n_0}\alpha\leq 1$ tengsizlik bajariladi.

Quyidagi ketma-ketliklarni qaraymiz:

$$X_k=\frac{1}{(\pi k+\frac{\pi}{2})^{1/n_0}};\ Y_k=\frac{1}{\pi k}\frac{1}{n_0}, k\ =1,2..$$

Bu ketma-ketliklar uchun kuyidagi munosabatlar oʻrinli:

$$y_1>x_1>y_2>x_2>\cdots,$$

shuning uchun $(x_k,y_k)\subset[0,1]$ va $(x_{k_m},y_{k_1}),(x_{k_2},y_{k_2})$ intervallar $k_1\neq k_2$ boʻlganda oʻzaro kesishmaydi. Endi $F(x_k)$ va $F(y_k)$ ketma-ketliklarni qaraymiz:

$$F(y_k)=0, F(x_k)=\frac{(-1)^k}{\left(\pi k+\frac{\pi}{2}\right)\frac{n_0+2}{n_0}\alpha},$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}|F(y_k)-F(x_k)|=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(\pi k+\frac{\pi}{2})\frac{n_{0+2}}{n_0}\alpha}=\infty,$$

chunki

$$(n_0+2)\frac{\alpha}{n_0}\leq 1$$

va oxirgi qator umumlashgan garmonik qator bilan taqqoslanadi.

4-misolga koʻra, $F(x)$ absolyut uzluksiz funksiya emas. $|g(x)|$ va $f(y)$ absolyut uzluksiz funksiyalardir. Demak, absolyut uzluksiz funksiyalarning kompozitsiyasi umuman aytganda absolyut uzluksiz emas.

7-misol. Absolyut uzluksiz funksiyaning quyidagi ta'rifi toʻgʻrimi?

Haqiqiy $f(x)$ funksiya $[a,b]$ oralikda absolyut uzluksiz deyiladi, agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ soni uchun shunday $\delta > 0$ son topiladiki, ixtiyoriy uzunliklar yig'indisi δ dan kichik bo'lgan $\{\Delta_i\}$, $\Delta_i = (a_i, b_i), 1 \leq i \leq n$ intervallar sistemasi uchun

$$\sum_{i=1}^{n} |F(b_i) - F(a_i)| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa.

Echish. Ravshanki, agar funksiya misolda keltirilgan ta'rif bo'yicha absolyut uzluksiz bo'lsa, odatdagi ta'rifga ko'ra ham absolyut uzluksiz bo'ladi.

$F(x) = \sqrt{x}, x \in [0,1]$ funksiya odatdagi ta'rif bo'yicha absolyut uzluksiz bo'lsin. Lekin u funksiya yuqoridagi «ta'rif»ni qanoatlantirmaydi.

Haqiqatdan ham, $\varepsilon = 1$ bo'lsin. $a_k = 0$, $b_k = \frac{1}{k^2}$ deb olamiz va $\left\{(0, \frac{1}{k^2})\right\}_1^\infty$ intervallar sistemasini karaymiz.

Ixtiyoriy $\delta > 0$ musbat soni uchun shunday N natural son topiladiki,

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} < \delta$$

tengsizligi bajariladi.

$$\sum_{k=N}^{\infty} |f(b_k) - f(q_k)| = \sum_{k=N}^{\infty} \frac{1}{k} = \infty.$$

bo'lganligi uchun $N_1 > N$ soni topiladiki,

$$\sum_{k=N}^{\infty} \frac{1}{k^2} < \delta \; va \; \sum_{k=N}^{\infty} \frac{1}{k} \geq 1 = \varepsilon$$

tengsizliklar bajariladi.

Demak, $f(x) = \sqrt{x},\ x \in [0,1]$ funksiya yuqoridagi «ta'rif» bo'yicha absolyut uzluksiz emas.

Absolyut uzluksiz funksiyalar sinfiga oid qo'shimcha ma'lumotlarni [6-7] asarlar va internet manba www.buxdu.uz [8] saytining https://uniwork.buxdu.uz platformasidan ham olish mumkin. Aytish joizki, absolyut uzluksiz funksiyalarning amaliy tatbiqlari juda keng. Jumladan, [9-12] ilmiy maqolalarda xususiy hosilali differensial tenglamalarning echimi mavjudligi va yagonaligini isbotlashda absolyut uzluksiz funksiyalar va ularning xossalaridan keng qo'llanilgan.

YUqorida aytib o'tganimizdek, masalalar har mavzuga va qo'llanilayotgan ilg'or pedagogik texnologiyaga mos bo'lishi lozim. Absolyut uzluksiz funksiyalarga doir mavzularni o'tishda professor-o'qituvchilarga qulaylik tug'dirish uchun tatqiqotlar usuli talablariga javob beradigan quyidagi topshiriqlar, mustaqil bajarish uchun topshiriqlar, misol va masalalar hamda nazorat savollari taklif etiladi.

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1-topshiriq. $f(x)$ funksiyaning $[a,b]$ kesmada absolyut uzluksiz ekanligini ko'rsating.

№	$f(x)$	$[a,b]$	№	$f(x)$	$[a,b]$
1	$f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$	$[0,2]$	9	$f(x) = x^{\frac{3}{2}} + x^2$	$[0,1]$
2	$f(x) = x^4 - 2x^3$	$[-1,1]$	10	$f(x) = \sin(2x^2 - 1)$	$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
3	$f(x) = 2x^5 + x^2 - 3$	$[0,2]$	11	$f(x) = cos(x^3 + x)$	$[0,\pi]$
4	$f(x) = 3x^4 + x - 5$	$[-1,1]$	12	$f(x) = \frac{\sin x}{x^2 + 1}$	$[0,\pi]$
5	$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2$	$[-1,2]$	13	$f(x) = e^{x^2 \sin x}$	$[0,\pi]$

6	$f(x)=x^6-\frac{1}{2}x^3-1$	$[0,1]$	14	$f(x)=x+x^{5/2}$	$[0,\pi]$
7	$f(x)=x^7-2x^2$	$[-1,2]$	15	$f(x)=\frac{\cos x}{x+1}$	$[0,1]$
8	$f(x)=5x^5-2x^4+\text{x}$	$[0,2]$	16	$f(x)=\frac{e^{x^2}}{2x+1}$	$[0,\pi]$

2-topshiriq. $f(x)$ funksiyaning $[a,b]$ kesmada absolyut uzluksiz ekanligini ta'rif yordamida ko'rsating.

№	$f(x)$	$[a,b]$	№	$f(x)$	$[a,b]$
1	$f(x)=\begin{cases}1, x\in[-1,0)\\ -1, x\in[0,1]\end{cases}$	$[-1,1]$	5	$f(x)=\begin{cases}x, x\in[-1,0)\\ 1-x, x\in[0,1]\end{cases}$	$[-1,1]$
2	$f(x)=\begin{cases}x\cos\frac{1}{x}, x\neq 0\\ 0, x=0\end{cases}$	$[0,1]$	6	$f(x)=\begin{cases}0, x=0\\ \sin\frac{1}{x}, x\neq 0\end{cases}$	$[0,1]$
3	$f(x)=\begin{cases}x\sin\frac{1}{x}, x\neq 0\\ 0, x=0\end{cases}$	$[0,1]$	7	$f(x)=\begin{cases}0, x=0\\ \cos\frac{1}{x}, x\neq 0\end{cases}$	$[0,1]$
4	$f(x)=\begin{cases}0, x-ratsional\\ 1, x-irratsional\end{cases}$	$[0,1]$	8	$f(x)=\begin{cases}x^2, x\in[0,1)\\ 2x, x\in[1,2]\end{cases}$	$[0,2]$

3-topshiriq.

1. Agar $f(x)$ funksiya absolyut uzluksiz bo'lsa, $|f(x)|$ ham absolyut uzluksiz bo'lishini ko'rsating (teskarisi o'rinlimi?).

2. $f_\alpha(x)=\begin{cases}x^{1+\alpha}\left|\sin\frac{1}{x}\right|, 0<x\leq 1,\\ 0, \quad x=0\end{cases}$

funksiyaning ixtiyoriy $\alpha>0$ son uchun absolyut uzluksiz bo'lishini ko'rsating.

3. $f(x)=x^\alpha$ funksiyani $f(x)\in \mathrm{H}^\alpha[0,1]$ ekanligini ko'rsating.

4. $f(x)=\begin{cases}x\sin\frac{1}{x}, 0<x\leq 1,\\ 0, x=0\end{cases}$

$f(x)\in \mathrm{H}^{1/2}[0,1]-$ ekanligini ko'rsating. Birorta $\alpha>\frac{1}{2}$ uchun $f(x)\in \mathrm{H}^\alpha[0,1]$ bo'ladimi?

5. Agar $f(x)-$ $[a,b]$ da absolyut uzluksiz funksiya bo'lsa, ixtiyoriy $n\in N$ uchun $[f(x)]^n$ ham $[a,b]$ da absolyut uzluksiz bo'lishini isbotlang.

6. $f(x)$ funksiya $[a,b]$ da absolyut uzluksiz va $\varphi(x)$ funksiya $(-\infty,+\infty)$ da Lipshits shartini kanoatlantirsin. $\varphi\big(f(x)\big)$ funksiyani $[a,b]$ da absolyut uzluksiz bo'lishini isbotlang.

7. $f(x)$ funksiya $[a,b]$ da qat'iy o'suvchi va $\varphi(x)$ funksiya $[f(a),f(b)]$ absolyut uzluksiz bo'lsin. $\varphi(f(x))$ ni $[a,b]$ da absolyut uzluksiz funksiya bo'lishini isbotlang.

8. O'zgarishi chegaralangan absolyut uzluksiz bo'lmagan funksiyaga misol keltiring.

9. $f(x)=\begin{cases}x^2\cos\frac{1}{x^2}, 0<x\leq 1,\\ 0, x=0\end{cases}$

funksiyaning $[0,1]$ kesmada absolyut uzluksiz emasligini ko'rsating.

10. $f(x)=\frac{\cos x^2}{x}$ funksiyaning $[1,+\infty)$ oraliqda absolyut uzluksizligini tekshiring.

4-topshiriq.

1. $f(x) = f_+(x) - f_-(x)$ bo‘lsin, bunda $f_+(x)$ va $f_-(x)$ nomanfiy va integrallanuvchi funksiyalar. Agar $f(x)$ funksiya $[a, b]$ da absolyut uzluksiz bo‘lsa, $f_+(x)$ va $f_-(x)$ funksiyalar ham absolyut uzluksiz bo‘la oladimi?

2. Bevosita tekshirish orqali

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\frac{1}{x}, 0 < x \le 1, \\ \qquad\qquad 0, x = 0 \end{cases}$$

funksiyani (variatsiyasi cheksiz ekanligidan foydalanmasdan) absolyut uzluksiz emasligini isbotlang.

5. Nazorat savollari.

1. Chekli variatsiyali funksiyaning ta’rifini ayting va unga misollar keltiring.

2. $[a, b]$ kesmadagi ixtiyoriy chegaralangan, monoton o‘cuvchi funksiyaning chekli variatsiyaga ega bo‘lishi ko‘rsatilsin.

3. $[a, b]$ kesmada uzluksiz, lekin chekli variatsiyaga ega bo‘lmagan funksiyaga misol keltirilsin.

4. $[a, b]$ kesmadagi bo‘lakli monoton funksiyaning chekli variatsiyaga ega bo‘lishini isbotlang.

5. $[a, b]$ kesmada Lipщits shartini qanoatlantiruvchi funksiyaning chekli variatsiyaga ega bo‘lishini isbotlang.

6. $[a, b]$ da chegaralangan hosilaga ega bo‘lgan funksiyaning chekli variatsiyaga ega bo‘lishini isbotlang.

7. Ushbu

$$f(x) = \begin{cases} x\, cos\frac{\pi}{2x}, agar\ x \neq 0\ bo‘lsa, \\ 0, \qquad agar\ x = 0, bo‘lsa \end{cases}$$

funksiyaning ixtiyoriy kesmada chekli variatsiyaga ega bo‘lishi ko‘rsatilsin.

8. $f(x) = \mathrm{c} + \int_a^x \varphi(t)dt$

ko‘rinishidagi funksiyaning chekli variatsiyaga ega bo‘lishini isbotlang.

9. Chekli variatsiyali funksiyaning chegaralanganligi haqidagi teoremani aytib bering.

10. Chekli variatsiyali funksiyalar ustida arifmetik amallarni sanab bering.

11. $\bigvee_a^b f(x) = \bigvee_a^c f(x) + \bigvee_c^b f(x), a > c > b$ tenglik isbotlansin.

12. $f(x)$ funksiya $[a, b]$ da chekli variatsiyaga ega bo‘lsa, unda

$$g(x) = \bigvee_a^x f(t)$$

funksiyaning $[a, b]$ da o‘suvchi va chegaralangan bo‘lishi isbotlansin.

13. Chekli variatsiyali funksiyalar uchun zaruriy va etarli shartlarni so‘zlab bering.

14. $f(x)$ funksiya $[a, b]$ da chekli variatsiyali bo‘lib, $x \in [a, b]$ bo‘lsin. Agar $f(x) \in C\{x_0\}$ bo‘lsa, unda

$$g(x) = \bigvee_a^x f(t) \in C\{x_0\}$$

bo‘lishi isbotlansin

15. Chekli variatsiyali uzluksiz funksiyani ikkita uzluksiz, o‘suvchi funksiyalarning ayirmasi ko‘rinishida ifodalash mumkinligi isbotlansin.

16. Agar $f(x) \in C[a, b]$ va

$$\vartheta_n = \sum_{k=0}^{n-1} |f(x_{k+1}) - f(x_k)| \text{ bo‘lsa, } \lim_{\lambda \to 0} \vartheta_n = \bigvee_a^b f(x)$$

bo‘lishi isbotlansin.

17. To‘g‘rilanuvchi chiziqlar va Jordan teoremasi.
18. To‘g‘rilanuvchi bo‘lmagan chiziqqa misol keltirilsin.

XULOSA

Ushbu turdagi masalalarni o‘rganish talabalardan matematik masalalarni mustaqil ravishda muhokama qilish imkoniyatini beradigan bilim, ko‘nikma va malakalarga ega bo‘lishni talab qiladi. Bundan tashqari, o‘rganilgan usullar talabalarning kelgusida absolyut uzluksiz funksiyalar bilan ifodalanuvchi jarayonlarni o‘rganishlari va turli ilmiy maqolalarni tahlil qilishlari hamda o‘rganishlariga yordam beradi. Shu bilan bir qatorda, o‘qituvchilar talabalarni turli xil sinonim atamalar: muammoli, ijodiy, qidiruv, evristik vazifalar bilan jalb qilishiga e’tibor berishlari kerak.

Amaliy tajribalar natijalari shuni ko‘rsatadiki, o‘quv jarayonida pedagogik texnologiyalarning ahamiyati juda yuqori. Talabalarni darsga qiziqtirsak, o‘qishga bo‘lgan qiziqishini oshirsak, maqsadga erishamiz. Aynan «Tatqiqotlar usuli» o‘yini yordamida talabalar o‘tilgan mavzularni mustahkamlab, matematikaga qiziqishlarini yanada oshiradilar. Shu bilan birga, talabalarda xotira, kuzatuvchanlik, topqirlik, diqqatlilik kabi ko‘nikmalar shakllanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Rasulov, X. (2022). Краевые задачи для квазилинейных уравнений смешанного типа с двумя линиями вырождения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 8(8).

2. Никольский С.М. Курс математического анализа, 2-том, Москва, Наука, 1983 г., 448 с.

3. Интернет манба: https://ru.wikipedia.org/wiki/Абсолютная_непрерывность.

4. Турдиев Н.Ш., Асадов Ю.М., Акбарова С.Н., Темиров Д.Ш. Умумий ўрта таълим тизимида ўқувчиларнинг компетенцияларини шакллантиришга йўналтирилган таълим технологиялари. Қори Ниёзий номидаги Ўзбекистон педагогика фанлари илмий-тадқиқот институти,Тошкент, 2015 й., 160 б.

5. Rasulov Kh.R., Sayfullayeva Sh.Sh. Analysis of Some Boundary Value Problems for Mixed-Type Equations with Two Lines of Degeneracy // Irish Interdisciplinary Journal of Science & Research (IIJSR), 6:2 (2022), p. 8-14. DOI: http://doi.org/10.46759/IIJSR.2022.6202.

6. Самко С.Г., Килбас А.А., МаричевО.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск, «Наука и техника», 1987 г., 688 с.

7. Farmakis I., Moskowitz M. Fixed Point Theorems and Their Applications. City University of New York, USA, 2013 y., p. 234.

8. Internet manba: www.buxdu.uz.

9. Xaydar R. Rasulov. On the solvability of a boundary value problem for a quasilinear equation of mixed type with two degeneration lines // Journal of Physics: Conference Series 2070 012002 (2021), pp.1–11.

10. Расулов Х.Р. (1996). Задача Дирихле для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения // ДАН Республики Узбекистан, №12, с.12-16.

11. Rasulov Kh.R. (2018). On a continuous time F - quadratic dynamical system // Uzbek Mathematical Journal, №4, pp.126-131.

12. Rasulov X.R. (2020). Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration // Uzbek Mathematical Journal, №3, pp.117-125.