ТРАНСПОРТ МАСАЛАСИ ВА УНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛИНИ ТУЗИШ

Санат Худаяров **Ҳилола Элмурадова**
Бухоро давлат университети

АННОТАЦИЯ

Бу мақолада транспорт масаласининг қўйилиши, транспорт масаласининг математик моделлари, товар ташишнинг энг самарали, яъни тежамли йўлларини ишлаб чиқиш, товарларнинг ҳаракат вақтини камайтиш, корхоналарнинг хом ашё, ёқилғи, материаллар билан таъминланиши билан боғлиқ бўлган харажатларни камайтириш йўллари кўрсатилган.

Kalit so’zlar: Транспорт масаласининг қўйилиши, транспорт масаласининг математик моделлари .

TRANSPORT PROBLEM AND ITS CONSTRUCTION OF A MATHEMATICAL MODEL

ABSTRACT

The article presents the problems of transport, mathematical models of the problem of transport, the development of the most effective, i.e. cost-effective ways of transporting goods, reducing the time in transit of goods, reducing costs associated with the supply of raw materials, fuels and materials.

Keywords: Formulation of the transport problem, mathematical models of the transport problem.

КИРИШ

Математика фанини ўқитишда ўқитувчи интерфаол методлардан мавзуга мувофиқини танлай билиши муҳим ҳисобланади. Ўқитувчи интерфаол методлардан аввало оддийдан мураккабга ўтиш назариясига амал қилган ҳолда фойдаланмоғи лозим [1-3]. Илғор педагогик технология асосида ташкил этилган дарслар ўқувчиларда билимларни яхлит ўзлаштирилишига ёрдам беради. [4-10] мақолаларда умумтаълим мактабларида ва олий таълим муассасаларида Математика фанини ўқитишда қўлланиладиган интерфаол методлар кенг ёритилган. Бу методларнинг ютуқ ва камчиликлари санаб ўтилган. Методларни қўллаш бўйича намуналар берилган.

ТРАНСПОРТ МАСАЛАСИНИНГ ҚЎЙИЛИШИ

Транспорт масаласи - чизиқли программалаштиришнинг энг кўп тарқалган масалаларидан биридир. Унинг мақсади – товар ташишнинг энг самарали, яъни тежамли йўлларини ишлаб чиқишдан иборат. Бу эса товарларнинг ҳаракат вақтини камайтиради, корхоналарнинг хом ашё, ёқилғи, материаллар билан таъминланиши билан боғлиқ бўлган харажатларни камайтиради. Бу масаланинг қўлланиш соҳаси жуда кенгдир. Умуман транспорт масаласини қуйидагича талқин қилиш мумкин:

m та ишлаб чиқариш пунктларида $A_1, A_2, ..., A_m$ бир жинсли $a_1, a_2, ..., a_m$ миқдорларда юклар бўлсин. Бу юкларни n та истеъмол $B_1, B_2, ..., B_n$ пунктларига $b_1, b_2, ..., b_n$ миқдорларда етказиб бериш талаб этилсин. Бир бирлик юкни A_i ишлаб чиқариш пунктидан, B_j истеъмол пунктига ташиш учун кетган транспорт харажати c_{ij} бўлсин. $x_{ij} - A_i$ пунктдан B_j пунктга юборилган юк миқдори.

Юк ташишни шундай ташкил этиш керакки, бунда юклар ишлаб чиқариш пунктларидан тўла олиб чиқиб кетилиши керак, яъни $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad (i = \overline{1,m})$ ва истеъмолчилар талаби тўла қондирилиши керак, яъни $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad (j = \overline{1,n})$. Демак, масаланинг математик модели қуйидаги кўринишни олади:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad (i = \overline{1,m}) & (1) \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad (j = \overline{1,n}) & (2) \end{cases}$$

чизиқли тенгламалар системасининг

$x_{ij} \geq 0, \; i = 1,2,...,n \quad (3)$ шартларни қаноатлантирувчи ечимини топиш керакки, бу ечим $Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min \quad (4)$ чизиқли функцияга энг кичик қиймат берсин, яъни юкларни ташиш учун кетган транспорт харажатлари минималлиги таъминласин. Бу моделда маҳсулотга бўлган талаб таклифга тенг.

Транспорт масаласи, юк захиралари йиғиндиси ва истеъмолчилар талаблари йиғиндиси орасидаги муносабатдан ёпиқ ва очиқ транспорт масалаларига бўлинади.

Таъриф 1. Агар юк захиралари йиғиндиси ва истеъмолчилар талаблари йиғиндисига тенг бўлса, яъни $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$ бу ёпиқ транспорт масаласи дейилади.

Таъриф 2. Агар юк захиралари йиғиндиси ва истеъмолчилар талаблари йиғиндисига тенг бўлмаса, яъни $\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$ бу очиқ транспорт масаласи дейилади.

Теорема 1. Транспорт масаласининг ечимга эга бўлишининг зарур ва етарли шарти қуйидаги тенгликнинг бажарилишидир

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Ёпиқ транспорт масаласини кўриб чиқамиз.

ТРАНСПОРТ МАСАЛАСИНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАРИ

Ёпиқ транспорт масаласининг математик модели қуйидагича бўлади

$$L(X) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

Чегаравий шартлар

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i;$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j$$

$$x_{ij} \geq 0, \; i = \overline{1,m}, \; j = \overline{1,n}$$

Масаланинг оптимал ечими, чегаравий шартларни қаноатлантириб, мақсад функциясига минимум қиймат берувчи қуйидаги матрицадан иборат

$$X_{onm} = \left(x_{ij}\right)_{mxn}$$

ОЧИҚ МОДЕЛЛИ ТРАНСПОРТ МАСАЛАЛАРИ

Очиқ моделли транспорт масалаларида, юк захиралари йиғиндиси ва истеъмолчилар талаблари йиғиндисига тенг бўлмайди, яъни

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$$

1. Агар $\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$ бўлса,у ҳолда захиралар ҳажми, истеъмолчилар талаблари ҳажмидан ошиб кетиб, барча истеъмолчиларнинг талаблари қондирилиб, маълум қисм захира юклари ташилмай қолади. Бу масалани ечиш учун $(n+1)$ – фиктив истеъмолчи киритилиб унинг истеъмол ҳажми қуйидагича бўлади:

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Бу масаланинг математик модели қуйидагича бўлади

$$L(X) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

чегаравий шартлари

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = a_i; \quad i = \overline{1,m}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j; \ j = \overline{1,n+1}$$

$$x_{ij} \geq 0, \ i = \overline{1,m}, \ \ j = \overline{1,n+1}$$

2. Агар

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$$

бўлса, у ҳолда истеъмолчилар талаблари ҳажми, захиралар ҳажмидан ошиб кетиб, маълум қисм истеъмолчиларнинг талаблари қондирилмай қолади. Бу масалани ечиш учун $(m+1)$– фиктив ишлаб чиқарувчи киритилиб, унинг ишлаб чиқариш ҳажми қуйидагича бўлади:

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$$

Бу масаланинг математик модели қуйидагича бўлади

$$L(X) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

чегаравий шартлари

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i; \quad i = \overline{1,m+1}$$

$$\sum_{i=1}^{m+1} x_{ij} = b_j; \ j = \overline{1,n}$$

$$x_{ij} \geq 0, \ i = \overline{1,m+1}, \ \ j = \overline{1,n}$$

Фиктив ишлаб чиқарувчи (истеъмолчи) киритилгандан сўнг очиқ транспорт масаласи, ёпиқ транспорт масаласи айланиб, ёпиқ транспорт масаласи алгоритми каби ечилади. Бунда, фиктив ишлаб чиқарувчи (истеъмолчи) мос тариф барча транспорт тарифларининг максимали, баъзида эса уни нолга тенглаштириб олишади. Мақсад функциясида фиктив ишлаб чиқарувчи (истеъмолчи) ҳисобга олинмайди.

Транспорт масаласининг таянч режаларини топиш

Транспорт масаласини ечиш усулида биз қуйидагиларга эътибор беришимиз керак бўлади:

- бошланғич таянч планни аниқлаш;

ISSN: 2181-1601

- бу ечимнинг оптималлигини текшириш;
- бир таянч пландан бошқа таянч планга ўтиш.

Биз бошланғич таянч планни аниқлашни кўриб чиқамиз.

Бошланғич таянч планни аниқлаш. Масаланинг шартини ва унинг бошланғич ечимини тақсимот жадвалига ёзамиз. Юк кўрсатилган ячейкалар, банд ячейкалар деб аталиб, уларга базис ўзгарувчиларнинг таянч ечими мос келади. Қолганлари банд бўлмаган ячейкалар бўлиб, бўш ячейкалар дейилади ва уларга озод ўзгарувчилар мос тушади. Ячейканинг ўнг юқори бурчагига тарифларни ёзиб чиқамиз.

Транспорт масаласининг ечимини топиш усуллари. Шимолий ғарбий бурчак усули. Бу усул, $n+m-1$ та ячейкаларни тўлдиришда, истеъмолчиларнинг талабларини қондириш учун, барча захира маҳсулотларни тўла ишлатишдан иборат. Жадвал ячейкаларини тўлдириш чап юқори (шимолий ғарбий бурчак) ячейкадан бошланиб, бунда мумкин бўлган энг катта сон қўйилади, яъни, шу ячейка учун, минимал захира ёки истеъмол қиймат қўйилади. Бунда, ёки захира, ёки талаб тугалланади (сатр ёки устун ўчирилади), кейин, кейинги ячейкада шимолий ғарбий бурчак усули давом эттирилади ва ҳоказо.

Мисол.

Қуйидаги жадвалда берилган транспорт масаласини ечинг.

a_i \ b_k	40	25	20	50
60	5	4	1	2
40	4	2	6	3
35	7	3	5	4

Ечиш: Бошланғич таянч планни "Шимолий-ғарб бурчак" усулида топамиз. "Шимолий-ғарб бурчак" усули қоидасига биноан жадвалнинг (1,1) катагига $X_{1,1}$=min(60,40)=40 сонини жойлаштирамиз, кейинги X_{12}=min(60-40,25)=20 сонини (1,2) катагига жойлаймиз. Шу билан биринчи пункда юк тугади ва кейинги катаклар (1,3) ва (1,4) ёпилди.

Кейинги пунктдаги юкларни тақсимлашни бошлаймиз. (2,2) катакга X_{22}=min(40,5)=5 сонини жойлаштирамиз. Шу билан 1-нчи ва 2-нчи талабгорлар талаби қондирилди, яъни 1-нчи ва 2-нчи устун ёпилди. (2,3) катакка X_{23}=min(35,20)=20 жойлаштирилади. 3-нчи талабгор талаби бажарилди. Қолган юкни (2,4) катакка жойлаштирамиз, яъни X_{24}=min(15,50)=15 ва иккинчи жўнатиш пунктида юк тугади. 3-нчи жўнатиш пунктидаги юкни тақсимлашни бошлаймиз.

(3,1),(3,2),(3,3) катаклар ёпилган, яъни 1,2 ва 3 талабгорлар талаби қондирилган. (3,4) катакка X_{34}=min(35,35)=35 ёзамиз. Шу билан юклар тўлиқ тақсимланди, Яъни қуйидаги планга эга бўлдик.

b_k \ a_i	40	25	20	50
60	5 40	4 20	1	2
40	4	2 5	6 20	3 15
35	7	3	5	4 35

Энди мақсад функциясининг қийматини $Z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}$ га кўра топамиз:

$$Z=5\cdot40+4\cdot20+2\cdot5+6\cdot20+3\cdot15+4\cdot35=595$$

Бошланғич таянч ечимни аниқлашнинг яна бир усулларидан бири - минимал харажатлар усули. Бу усулга асосан, юк биринчи навбатда энг кичик харажат бўлган ячейкаларга тақсимланади. Яна, юк, минимал харажат бўлган бўш ячейкаларга, юк захиралари тугалланиб ва истеъмолчилар талаби қондирилгунча давом эттирилади. Бу тақсимот жараёни истеъмолчилардаги барча юклар ташилгунча ва истеъмолчилар талаби қондирилгунча давом эттирилади.

Юк тақсимланганда банд ячейкалар сони $m+n-1$ дан кичик бўлиб қолиши мумкин. Бундай ҳолда етмай қолган банд ячейкаларга нол миқдорда юк юборилади, бу ячейкалар шартли банд ячейкалар дейилади.

Бўш ячейкаларга юборилган нол миқдорда юк учун энг кичик тариф танланади, бунда, ҳар бир сатр ва устунда ҳеч бўлмаганда битта банд ячейка бўлиши талаб этилади.

Misol. Юқоридаги мисолни минимал харажатлар усули ёрдамида ечамиз:

b_k \ a_i	40	25	20	50
60	5	4	1	2
40	4	2	6	3
35	7	3	5	4

Ечиш: Бошланғич таянч ечимни минимал харажатлар усули ёрдамида топамиз. Минимал харажатлар усули қоидасига биноан устун ёки сатр бўйича энг кичик харажатни топамиз.

Сатр бўйича бу элемент (1;3) катакда жойлашган, яъни $c_{13}=1$. Шунинг учун бу катакда X_{13}=min(60,20)=20 юкни жойлаймиз. Учинчи талабгорнинг талаби қаноатлантирилди. Шу туфайли кейинги ҳисоблашларда 3-чи устун қаралмайди. Кейинги энг кичик элементни топамиз. Бу элемент (1,4) ва (2,2) катакларда жойлашган, яъни $c_{14}=2$ ва $c_{22}=2$. Юкларни бу катакларда жойлаймиз. X_{14}=min(60-20,50)=40, X_{22}=min(40,25)=25. Иккинчи талабгорнинг талаби қаноатлантирилди, шу туфайли кейинги ҳисоблашларда 2-нчи устун қаралмайди.

Кейинги энг кичик элементлар (2,4) ва (3,2) катакларда жойлашган, яъни $c_{24}=3$ va $c_{32}=3$. Бу катакларда юкларни жойлаштирамиз. X_{24}=min(40-25,50-40)=10. (3,2) катак қаралмайди, чунки бу устун ҳисобдан чиқарилган. Кейинги энг кичик элементни излаймиз, бу элемент $c_{21}=4$. Юкни бу катакга жойлаймиз X_{21}=min(15-10, 40)=5. Энг охирги кичик элемент $c_{31}=7$. Бу катакга ҳам юкни жойлаймиз X_{31}=min(35,40-5)=35. Натижада юкларни тақсимлаб, бошланғич таянч планга эга бўлдик, яъни

b_k / a_i	40	25	20	50
60	5	4	1 20	2 40
40	4 5	2 25	6	3 10
35	7 35	3	5	4

Мақсад функциясини ҳисоблаймиз:

$$Z=1\cdot20+2\cdot40+4\cdot5+2\cdot25+3\cdot10+7\cdot35=415$$

Транспорт масаласининг базис ечимини топиш усулларидан яна бири- “Икки томонлама афзаллик” усулидир.

Агар жадвал катта бўлса элементларни танлаш қийинлашади. Бундай ҳолда, икки томонлама афзаллик усул қўлланилади. Бу қуйидагича амалга оширилади.

Ҳар бир устундаги минимал тарифлар учун V қўйилади. Сўнгра, бу амал хар бир сатр учун бажарилади. Бунинг натижасида баъзи бир ячейкаларда VV белги ҳосил бўлади. Булардан, сатр ва устунлар бўйича минимал тарифлар танлаб олинади. Бу ячейкаларга мумкин бўлган максимал захира маҳсулотлари ҳажми жойлаштирилиб, бунга мос сатр ва устун ўчирилади. Сўнгра, V белги қўйилган ячейкаларга захира маҳсулотлари ҳажми жойлаштирилади. Жадвалнинг бошқа қисмлари эса минимал тариф асосида тўлдирилади.

Шу усуллардан фойдаланиб масала ишланади ва энг кам харажатли усулни оптимал ечим деб олинади.

Очиқ моделли транспорт масалалари

Очиқ моделли транспорт масалаларида, юк захиралари йиғиндиси ва истеъмолчилар талаблари йиғиндисига тенг бўлмайди, яъни

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$$

1. Агар $\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$ бўлса,у ҳолда захиралар ҳажми, истеъмолчилар талаблари ҳажмидан ошиб кетиб, барча истеъмолчиларнинг талаблари қондирилиб, маълум қисм захира юклари ташилмай қолади. Бу масалани ечиш учун $(n+1)$ – фиктив истеъмолчи киритилиб унинг истеъмол ҳажми қуйидагича бўлади:

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Бу масаланинг математик модели қуйидагича бўлади

$$L(X) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

чегаравий шартлари

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = a_i; \quad i = \overline{1,m}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j; \quad j = \overline{1,n+1}$$

$$x_{ij} \geq 0, \ i = \overline{1,m}, \ j = \overline{1,n+1}$$

2. Агар

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$$

бўлса, у ҳолда истеъмолчилар талаблари ҳажми, захиралар ҳажмидан ошиб кетиб, маълум қисм истеъмолчиларнинг талаблари қондирилмай қолади. Бу масалани ечиш учун $(m+1)$– фиктив ишлаб чиқарувчи киритилиб, унинг ишлаб чиқариш ҳажми қуйидагича бўлади:

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$$

Бу масаланинг математик модели қуйидагича бўлади

$$L(X) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

чегаравий шартлари

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i; \quad i = \overline{1, m+1}$$

$$\sum_{i=1}^{m+1} x_{ij} = b_j; \quad j = \overline{1, n}$$

$$x_{ij} \geq 0, \; i = \overline{1, m+1}, \; j = \overline{1, n}$$

Фиктив ишлаб чиқарувчи (истеъмолчи) киритилгандан сўнг очиқ транспорт масаласи, ёпиқ транспорт масаласи айланиб, ёпиқ транспорт масаласи алгоритми каби ечилади. Бунда, фиктив ишлаб чиқарувчи (истеъмолчи) мос тариф барча транспорт тарифларининг максимали, баъзида эса уни нолга тенглаштириб олишади. Мақсад функциясида фиктив ишлаб чиқарувчи (истеъмолчи) ҳисобга олинмайди.

Демак, масалалар шу тартибда ишланади, яъни юқорида кўрсатилган усуллардан бири ёрдамида ечилади ва оптимал ечим танлаб олинади. Ечим оптималлигини аниқлашнинг потенциаллар усулидан фойдаланиб ҳам оптимал ечимни аниқласа бўлади.

REFERENCES

1. Элмуродова Х.Б. Условия существования виртуального уровня обобщенной модели фридрихса. Молодой ученый, 2016, 13(117), 62-65.
2. Элмуродова Х.Б. Кубический числовой образ на примерах. Молодой ученый, 2016, 12(116), 70-73.
3. Элмурадова Ҳ.Б. Параболик типдаги тенглама учун Грин формуласи ва ечимнинг интеграл ифодаси. Scientific progress, 2021, 2(1), 1407-1412
4. Курбонов Г.Г. Преимущества компьютерных образовательных технологий при обучения темы скалярного произведения векторов. Вестник наука и образавания. 2020. №16(94). Часть.2. стр 33-36.
5. Курбонов Г.Г. Интерактивные методы обучения аналитической геометрии: метод case stady. Наука, техника и образавания. 2020. №8(72). стр 44-47.
6. Курбонов Г.Г. Информационные технологии в преподавании аналитической геометрии. Проблемы педагогики. 2021. №2(53). стр. 11-14.

7. Kurbonov G.G. Essential and discrete spectrum of the there – particle model operetor having tensor sum form. Akademy. Научно – методической журнал. Россия.2020. №4(55), стр. 8-13.
8. Kurbonov G.G. Preimushches komp'yuternikh obrazovatel'nikh tekhnologiy v obuchenii teme skalyarnogo proizvedeniya vektorov. Vestnik nauka I obrazavaniya. 2020. №16(94). стр 33-26.
9. Г.Г.Курбонов, Проектирование компьютерно-образовательных технологий в обучении аналитической геометрии. // "Science and Education" Scientific journal. 2021. Volume 2, Issue 8, c. 505 - 513.
10. Kurbonov G.G. The Role of Information Technology in Teaching Geometry in Secondary Schools. Scientific progress. 2:4, Pp. 682-686