

# ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ

3 ЖИЛД, 1 СОН

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

ТОМ 3, НОМЕР 1

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

VOLUME 3, ISSUE 1



# ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES  
№1 (2022) DOI <http://dx.doi.org/10.26739/2181-0656-2022-1>

**Бош муҳаррир:**  
**Главный редактор:**  
**Chief Editor:**

**Эгамбердиев Бахром Эгамбердиевич**  
физика-математика фанлари доктори,  
профессор, РФА академиги.

**Бош муҳаррир ўринбосари:**  
**Заместитель главного редактора:**  
**Deputy Chief Editor:**

**Далиев Хожакбар Султанович**  
физика-математика фанлари доктори,  
профессор.

## ТАХРИРИЙ МАСЛАХАТ КЕНГАШИ | РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ | EDITORIAL BOARD

**Угамуродова Шарифа Бекмуродовна**  
физика-математика фанлари доктори, профессор.

**Отакулов Салим**  
физика математика фанлари доктори

**Жабборов Насридин Мирзоодилович**  
физика-математика фанлари доктори, профессор

**Зикиров Обиджан Салижанович**  
физика-математика фанлари доктори, профессор,

**Шарипов Олимжон Шукурович**  
физика-математика фанлари доктори, профессор,

**Бешимов Рузиназар Бебутович**  
физика-математика фанлари доктори, профессор,

**Маллаев Амин Сайфуллоевич**  
физика-математика фанлари номзоди, доцент

**Алиназарова Маҳфуза Алишеровна**  
физика-математика фанлари фалсафа доктори

PageMaker | Верстка | Саҳифаловчи: Хуршид Мирзахмедов

Контакт редакций журналов. [www.tadqiqot.uz](http://www.tadqiqot.uz)  
ООО Tadqiqot город Ташкент,  
улица Амира Темура пр.1, дом-2.  
Web: <http://www.tadqiqot.uz/>; E-mail: [info@tadqiqot.uz](mailto:info@tadqiqot.uz)  
Тел: (+998-94) 404-0000

Editorial staff of the journals of [www.tadqiqot.uz](http://www.tadqiqot.uz)  
Tadqiqot LLC the city of Tashkent,  
Amir Temur Street pr.1, House 2.  
Web: <http://www.tadqiqot.uz/>; E-mail: [info@tadqiqot.uz](mailto:info@tadqiqot.uz)  
Phone: (+998-94) 404-0000

# МУНДАРИЖА | СОДЕРЖАНИЕ | CONTENT

<b>1. Ботиров Фарход Ўктамович</b> К ТЕОРИИ ПРОИСХОЖДЕНИЯ БАЛДЖА СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК. 1. КУПОЛЬНАЯ МОДА ВОЗМУЩЕНИЯ.....	4
<b>2. Qoraboev Kamoliddin Abdishukurovich, Qurbonov Husniddin Xolmurod o'g'li</b> YARIMO'TKAZGICHLI SFERIK KVANT NUQTALAR O'LCHAMINING SHEGARALASH ENERGIYASIGA BOG'LIQLIK NAZARIYASI.....	8
<b>3. Bozarov Dilmurod Uralovich</b> DETERMINANTLAR MAVZUSINI MUSTAQIL O'QISHGA DOIR MISOLLAR.....	13
<b>4. Явкачева Зулхумор Абдурасиловна</b> “МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКА”ДАН ЭКОЛОГИК МАЗМУНДА ЛАБОРАТОРИЯ ИШЛАРИНИ БАЖАРИШ МЕТОДИКАСИ.....	17
<b>5. Сайтджанов Шовкат Нигматжанович, Юсупов Шерзод Батирович</b> ИННОВАЦИОН ТАЪЛИМ ТЕХНОЛОГИЯСИНИ ҚЎЛЛАШ ОРҚАЛИ ИЗЧИЛЛИК ПРИНЦИПИНИ ТАТБИҚ ЭТИШ (ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ МИСОЛИДА).....	21
<b>6. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.</b> KVADRATIK SONLI TASVIR VA UNING ASOSIY XOSSALARI.....	26



ISSN: 2181-0656

www.tadqiqot.uz

# PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ | ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

**T.H. Rasulov,**


**E.B. Dilmurodov**

Buxoro davlat universiteti

e-mail: rth@mail.ru,

e.b.dilmurodov@buxdu.uz

## KVADRATIK SONLI TASVIR VA UNING ASOSIY XOSSALARI

 <https://doi.org/10.5281/zenodo.0000000>

### ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada 2-tartibli operatorli matritsalar uchun kvadratik sonli tasvir tushunchasi o'rganilgan va uning asosiy xossalari keltirilgan. Umumlashgan Fridriks modeli uchun kvadratik sonli tasvirni hisoblash formulalari bayon qilingan. Kvadratik sonli tasvir komponentlari chegaralari uchun topilgan baholashlar umumlashgan Fridriks modeli xos qiymatlarining joylashuv o'rnini aniqlash imkonini bergan.

**Kalit so'zlar:** operatorli matritsa, sonli tasvir, kvadratik sonli tasvir, spektr, nuqtali spektr, umumlashgan Fridriks modeli.

**T.H.Расулов,**

**Э.Б.Дилмуродов**

Бухарский государственный университет

e-mail: rth@mail.ru, e.b.dilmurodov@buxdu.uz

## КВАДРАТИЧНАЯ ЧИСЛОВАЯ ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ И ЕГО ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА

### АННОТАЦИЯ

В данной статье исследуется понятие квадратичной числовой областью значений для операторных матриц второго порядка и представлены его основные свойства. Описаны формулы для вычисления квадратичной числовой областью значений для обобщенной модели Фридрикса. Найденные оценки границ квадратичных компонент квадратичной числовой областью значений позволили определить расположение собственных значений обобщенной модели Фридрикса.

**Ключевые слова:** операторная матрица, числовой областью значений, квадратичная числовой областью значений, спектр, точечный спектр, обобщенная модель Фридрикса.

**T. H. Rasulov,**

**E. B. Dilmurodov**

Bukhara State University

e-mail: rth@mail.ru,

e.b.dilmurodov@buxdu.uz

QUADRATIC NUMERICAL RANGE AND ITS MAIN PROPERTIES

ANNOTATION

In this paper the notion of quadratic numerical range for the operator matrices of order 2 is studied and its main properties are given. Formulas for the quadratic numerical range of the generalized Friedrichs model are described. The estimates for the boundaries of the components of the quadratic numerical range allowed us to determine the location of the eigenvalues of the generalized Friedrichs model.

**Key words:** operator matrix, numerical range, quadratic numerical range, spectrum, point spectrum, generalized Friedrichs model.

Gilbert fazosidagi chiziqli operatorlar uchun sonli tasvir va 2-tartibli operatorli matritsalar uchun kvadratik sonli tasvir tushunchalari operatorlar spektral nazariyasining muhim tushunchalaridan hisoblanadi. Bu nazariyadan bizga yaxshi ma'lumki, chiziqli operatorning spektri kompleks sonlar to'plamining qism to'plami bo'ladi. Bundan tashqari, agar berilgan  $A$  chiziqli operator chegaralangan bo'lsa, u holda uning spektri markazi nol nuqtada va radiusi  $\|A\|$  ga teng yopiq doirada saqlanadi. Shu o'rinda tabiiy savol paydo bo'ladi: chiziqli operatorning spektrini o'zida saqlovchi hamda markazi nol nuqtada va radiusi  $\|A\|$  ga teng yopiq doiradan kichikroq to'plam mavjudmi? Chiziqli operatorlar uchun sonli tasvir va kvadratik sonli tasvir tushunchalari bunday xossaga ega to'plamlardan ekanligini ular haqida quyida keltirilgan ma'lumotlar orqali ko'rish mumkin.

Faraz qilaylik,  $H$  - kompleks Gilbert fazosi va  $A: H \rightarrow H$  - chiziqli operator bo'lib,  $D(A) \subset H$  uning aniqlanish sohasi bo'lsin. Ushbu

$$W(A) := \{(Ax, x) : x \in D(A), \|x\| = 1\}$$

to'plamga  $A$  operatorning sonli tasviri deyiladi. Umumiy holda  $W(A)$  to'plam ochiq to'plam ham yopiq to'plam ham bo'lmaydi.  $W(A)$  ochiq to'plam bo'ladigan, yopiq to'plam bo'ladigan hamda ochiq ham yopiq ham bo'lmaydigan chiziqli operatorlarga ko'plab misollar keltirish mumkin. Aniqlanishiga ko'ra  $W(A)$  to'plam kompleks sonlar to'plamining qism to'plami bo'lib,  $W(A)$  to'plamning geometrik xossalaridan foydalanib  $A$  operator haqida ko'plab ma'lumotlarni olish mumkin.

Sonli tasvir tushunchasi birinchi marotaba [1] maqolada sonli matritsalar uchun kiritilgan. Bunda matritsaning sonli tasviri uning barcha xos qiymatlarini, ya'ni uning spektrini saqlashi va sonli tasvirning chegarasi qavariq chiziq bo'lishi isbotlangan. [2] ishda esa  $W(A)$  to'plamning qavariq to'plam ekanligi isbotlangan. Keyinchalik [3] ishda chiziqli chegaralangan operator ham bunday xossaga ega bo'lishi va uning spektri sonli tasvir yopig'i  $\overline{W(A)}$  to'plamda yotishi ko'rsatilgan.

$H$  Gilbert fazosida ta'sir qiluvchi chiziqli chegaralangan  $A$  operator sonli tasvirining ba'zi xossalarini sanab o'tamiz.

1)  $W(A) = \{\lambda \in C : |\lambda| \leq \|A\|\};$

2)  $W(A^*) = \{\bar{\lambda} : \lambda \in W(A)\};$

3)  $W(I) = \{1\}$ , bu yerda  $I$  orqali  $H$  Gilbert fazosidagi birlik operator belgilangan. Umumiy holda, ixtiyoriy  $\alpha, \beta$  kompleks sonlari uchun

$$W(\alpha A + \beta) = \alpha W(A) + \beta$$

tenglik o'rinlidir. Bunda  $\alpha \in C$  kompleks soni va  $\Omega \subset C$  to'plam uchun

$$\alpha + \Omega := \{\alpha + w : w \in \Omega\}, \alpha\Omega := \{\alpha w : w \in \Omega\}$$

munosabatlar o'rinli.

4) Agar  $A = A^*$  bo'lsa, u holda  $W(A) \subset R$  bo'ladi.

5) Agar  $\dim H < \infty$  bo'lsa, u holda  $W(A)$  kompakt to'plam, ya'ni chegaralangan va yopiq to'plam bo'ladi.

6) Agar  $S, T : H \rightarrow H$  unitar ekvivalent operatorlar bo'lsa, u holda  $W(S) = W(T)$  tenglik o'rinli bo'ladi.

7)  $A$  operatorning  $W(A)$  sonli tasviri uchun spektral munosabatlar deb ataluvchi

$$\sigma_p(A) \subset W(A), \sigma(A) \subset \overline{W(A)}$$

munosabatlar o'rinlidir.

Shuni alohida ta'kidlab o'tish joizki, agar chiziqli operatorning spektri ikkita kesishmaydigan to'plamlarning birlashmasidan iborat bo'lsa, u holda sonli tasvir spektrning joylashuv o'rnini yetarlicha tavsiflay olmaydi. Yuqoridagi kabi holatlarda spektrning joylashuv o'rnini yanada aniqroq ko'rsatish maqsadida [4] maqolada chiziqli operatorlarning maxsus sinfi bo'lgan 2-tartibli blok operatorli matritsalar uchun kvadratik sonli tasvir tushunchasi kiritilgan. Kvadratik sonli tasvir tushunchasining ta'rifini keltiramiz va ba'zi xossalarini sanab o'tamiz.

Faraz qilaylik,  $H_1$  va  $H_2$  lar Gilbert fazolari uchun  $H = H_1 \oplus H_2$  va  $A \in L(H)$  bo'lsin. U holda  $A$  operatorni hamisha

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \tag{1}$$

2-tartibli blok operatorli matritsa ko'rinishida tasvirlash mumkin [5], bu yerda  $A_{ij} : H_j \rightarrow H_i$ ,  $i, j = 1, 2$  matritsaviy elementlar chiziqli chegaralangan operatorlar.

$A$  blok operatorli matritsa uchun kvadratik sonli tasvir tushunchasiga ta'rif beramiz.  $(\cdot, \cdot)_i$  va  $\|\cdot\|_i$  lar orqali mos ravishda  $H_i$ ,  $i = 1, 2$  Gilbert fazolardagi skalyar ko'paytma va normalarni belgilaymiz.

**Ta'rif.** *Quyidagi*

$$A_f := \begin{pmatrix} (A_{11}f_1, f_1)_1 & (A_{12}f_2, f_1)_1 \\ (A_{21}f_1, f_2)_2 & (A_{22}f_2, f_2)_2 \end{pmatrix}, \quad f = (f_1, f_2) \in H$$

matritsaning barcha xos qiymatlari to'plamiga  $A \in L(H)$  blok operatorli matritsaning (1) ko'rinishiga mos kvadratik sonli tasvir deyiladi va  $W^2(A)$  kabi belgilanadi, bunda  $\|f_i\|_i = 1$ ,  $i = 1, 2$ , ya'ni

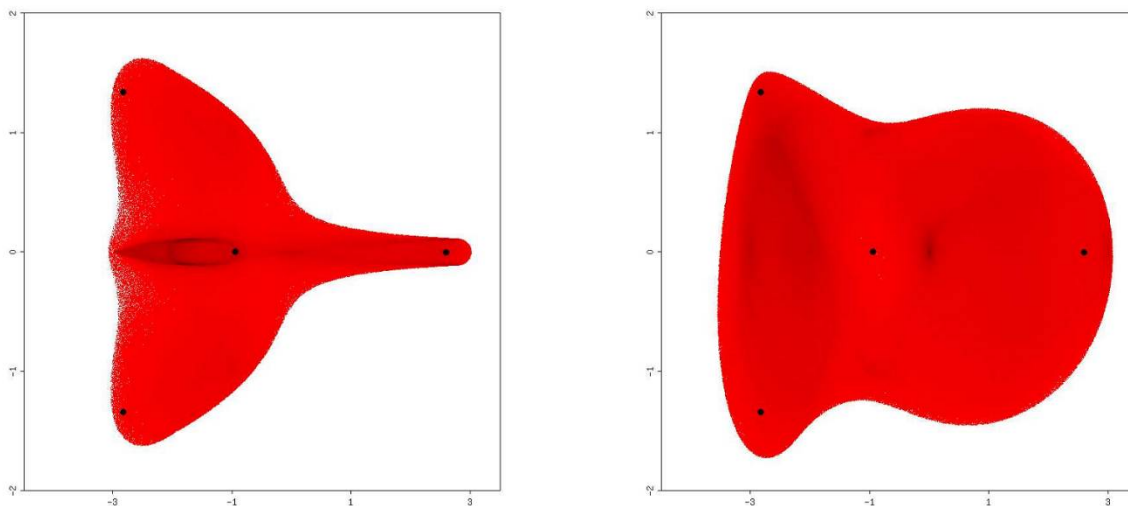
$$W^2(A) := \bigcup_{\|f_i\|_i=1, i=1,2} \sigma_p(A_f), \quad f = (f_1, f_2) \in H.$$

Ta'kidlab o'tish joizki,  $H$  Gilbert fazosining turli yoyilmalariga mos keluvchi kvadratik sonli tasvirlar turlicha bo'lishi mumkin.

Masalan, quyidagi

$$M := \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & -3i \\ -1 & -2 & 3i & 0 \end{pmatrix}$$

matritsa uchun  $C^4$  fazoning  $C^2 \oplus C^2$  va  $C^3 \oplus C^1$  yoyilmalariga mos kvadratik sonli tasvir turli xil bo'ladi [5], (1-chizma).



1-chizma

Kvadratik sonli tasvirning ayrim xossalarini bayon qilamiz.

1)  $W^2(A) \subset W(A)$ .

2) Agar  $A$  operatorli matritsa yuqori uchburchak yoki quyi uchburchak shaklga ega bo'lsa, ya'ni

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{pmatrix} \text{ yoki } A = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

bo'lsa, u holda  $W^2(A) = W(A_{11}) \cup W(A_{22})$  tenglik o'rinli bo'ladi.

3. Agar  $A \in L(H)$  bo'lsa, ya'ni  $A$  chiziqli chegaralangan operator bo'lsa, u holda

$$W^2(A) = \{\lambda \in C : |\lambda| \leq \|A\|\}.$$

Bundan tashqari,  $\dim H < \infty$  bo'lsa,  $W^2(A)$  yopiq to'plam bo'ladi.

4. Ixtiyoriy  $\alpha, \beta \in C$  kompleks sonlari uchun

$$W^2(\alpha A + \beta) = \alpha W^2(A) + \beta$$

tenglik bajariladi.

5. Faraz qilaylik,  $U_1 \in L(H_1), U_2 \in L(H_2)$  unitar operatorlar bo'lib,  $U = \text{diag}(U_1, U_2)$  bo'lsin. U holda

$$W^2(U^{-1}AU) = W^2(A).$$

Sonli tasvirdan farqli o'laroq kvadratik sonli tasvir ko'pi bilan ikkita (bog'langan) komponentalardan iborat bo'ladi. Bu tasdiq  $A_f, \|f_i\|_i = 1, i = 1, 2$  ko'rinishdagi matritsalar to'plami bog'langan va matritsa xos qiymatlarining uzluksiz ekanligidan kelib chiqadi. Umuman olganda,  $W^2(A)$  qavariq bo'lmagan to'plamdir.  $A_f$  matritsa ikkita turli xos qiymatga ega ekanligi umuman olganda  $W^2(A)$  to'plam ikkita kesishmaydigan komponentalardan iborat ekanligini bildirmaydi.

$f_i \in H_i, f_i \neq 0, i = 1, 2$  uchun

$$dis_A(f) := \left( \frac{(A_{11}f_1, f_1)}{\|f_1\|^2} - \frac{(A_{22}f_2, f_2)}{\|f_2\|^2} \right)^2 + 4 \frac{(A_{12}f_2, f_1)(A_{21}f_1, f_2)}{\|f_1\|^2 \|f_2\|^2}$$

belgilash olamiz.  $dis_A(f) \geq 0$  bo'lgan holda

$$\lambda_{\pm}(f) := \frac{1}{2} \left( \frac{(A_{11}f_1, f_1)}{\|f_1\|^2} + \frac{(A_{22}f_2, f_2)}{\|f_2\|^2} \pm \sqrt{dis_A(f)} \right)$$

kabi miqdorni aniqlaymiz. U holda  $W^2(A) \subset R$  bo'lishi uchun barcha  $f_i \in H_i, i = 1, 2$  larda  $dis_A(f) \geq 0$  bo'lishi zarur va yetarlidir. Bundan tashqari, kvadratik sonli tasvir uchun

$$W^2(A) = \Lambda_-(A) \cup \Lambda_+(A)$$

tenglik o'rinlidir [5], bu yerda

$$\Lambda_{\pm}(A) := \{\lambda_{\pm}(f) : f = (f_1, f_2), f_i \in H_i, f_i \neq 0, i = 1, 2, dis_A(f) \geq 0\}.$$

$A$  chiziqli chegaralangan operatorning  $W^2(A)$  kvadratik sonli tasviri uchun spektral munosabatlar deb ataluvchi xossa o'rinlidir:

$$\sigma_p(A) \subset W^2(A), \sigma(A) \subset \overline{W^2(A)}.$$

Kvadratik sonli tasvirning 1)-xossasini va spektral munosabatlarni inobatga olgan holda kvadratik sonli tasvir spektrni o'zida saqlovchi sonli tasvirdan ko'ra kichikroq to'plam ekanligini aytish mumkin. Buni umumlashgan Fridriks modeli misolida ko'rib o'taylik.

$T^d$ -d-o'lchamli tor, ya'ni qarama-qarshi yoqlari ustma-ust tushadigan  $(-\pi, \pi]^d$  kub.  $L_2(T^d)$  orqali  $T^d$  da aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi (kompleks qiymatli) funksiyalarning Gilbert fazosini belgilaymiz.  $H$  Gilbert fazosi  $H_1 = C$  va  $H_2 = L_2(T^d)$  fazolarning to'g'ri yig'indisidan iborat bo'lsin, ya'ni  $H = H_1 \oplus H_2$ .

$H$  fazoda umumlashgan Fridriks modeli deb ataluvchi quyidagi  $2 \times 2$  blok operatorli matritsani qaraymiz:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21}^* & A_{22} \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Uning  $A_j : H_j \rightarrow H_i, i, j = 0, 1$  matritsaviy elementlari quyidagicha aniqlangan:

$$A_{11}f_1 = wf_1, \quad A_{12}f_2 = \int_{T^d} v(t)dt, \quad (A_{22}f_2)(p) = u(p)f_2(p), \quad f_i \in H_i, \quad i = 1, 2.$$

Bu yerda  $u(\cdot)$  va  $v(\cdot)$  funksiyalar  $T^d$  da aniqlangan haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalar,  $A_{12}^*$  operator esa  $A_{12}$  operatorga qo'shma operator.

Oson ko'rsatish mumkinki,  $A$  operator  $H$  fazoda o'z-o'ziga qo'shma va chegaralangan operator bo'ladi. U holda kvadratik sonli tasvir ta'rifi ko'ra  $W^2(A) \subset R$  bo'ladi.

Quyidagicha belgilashlarni kiritamiz:

$$\begin{aligned} \Lambda_- &:= \bigcup_{\|f_2\|_2=1} \{\min\{w, (uf_2, f_2)_2\} - |(v, f_2)_2| \left( \frac{1}{2} \frac{2|(v, f_2)_2|}{|w - (uf_2, f_2)_2|} \right)\}; \\ \Lambda_+ &:= \bigcup_{\|f_2\|_2=1} \{\max\{w, (uf_2, f_2)_2\} + |(v, f_2)_2| \left( \frac{1}{2} \frac{2|(v, f_2)_2|}{|w - (uf_2, f_2)_2|} \right)\}; \\ m &:= \min_{p \in T^d} u(p), \quad M := \max_{p \in T^d} u(p); \\ \delta_v^- &:= \|v\|_2 \cdot \left( \frac{1}{2} \arctg \frac{2 \cdot \|v\|_2}{|w - m|} \right), \quad \delta_v^+ := \|v\|_2 \cdot \left( \frac{1}{2} \arctg \frac{2 \cdot \|v\|_2}{|M - w|} \right). \end{aligned}$$

$m = w$  yoki  $M = w$  bo'lganda  $\arctg \infty := \pi/2$  deb olamiz.

U holda  $A$  operatorning kvadratik sonli tasviri uchun  $W^2(A) = \Lambda_- \cup \Lambda_+$  tenglik o'rinli bo'ladi.

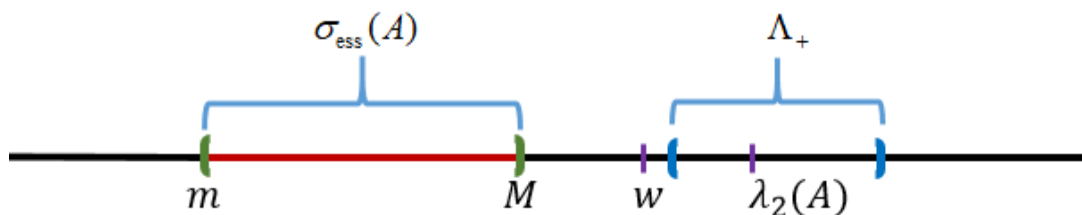
Xususan, agar  $w > M$  bo'lsa, u holda  $\Lambda_- \cap \Lambda_+ = \emptyset$  bo'lib, quyidagi

$$\sup \Lambda_- \leq M < w \leq \inf \Lambda_+ \tag{2}$$

munosabat o'rinli bo'ladi.



Chiziqli chegaralangan operatorning spektri uning kvadratik sonli tasvirning yopig'ida saqlanganligi bois, (2) tengsizlikdan  $A$  operator muhim spektrdan o'ngda xos qiymatga ega bo'lib, bu xos qiymat  $w$  sonidan katta ekanligini ko'rish mumkin (2-chizma).



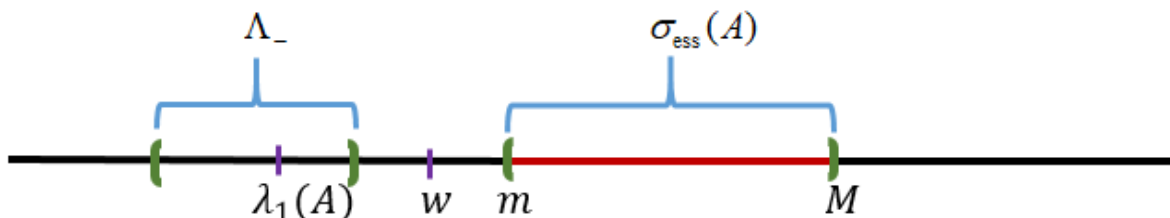
2-chizma

Xuddi shu kabi quyidagi holda ham  $A$  operator muhim spektrdan chapda joylashgan xos qiymatining joylashuv o'rnini yanada aniqroq ko'rsatish mumkin (3-chizma).

Agar  $w < m$  bo'lsa, u holda  $\Lambda_- \cap \Lambda_+ = \emptyset$  bo'lib, quyidagi

$$\sup \Lambda_- \leq w < m \leq \inf \Lambda_+$$

munosabat o'rinli bo'ladi.



(3-chizma)

Agar  $m \leq w \leq M$  bo'lsa, u holda  $\Lambda_{\pm}$  to'plamlarning chegaralari uchun

$$\begin{aligned} m - \delta_v^- &\leq \inf \Lambda_- \leq m, & \sup \Lambda_- &\leq w; \\ \inf \Lambda_+ &\geq m, & M &\leq \sup \Lambda_+ \leq M + \delta_v^+ \end{aligned}$$

baholashlar o'rinli bo'ladi.

Chiziqli chegaralangan  $n \times n$  blok operatorli matrisalar uchun blok sonli tasvir tushunchasi [6] ishda kiritilgan va uning asosiy xossalari o'rganilgan hamda bunday operatorlar uchun spektral munosabatlar deb ataluvchi tasdiq isbotlangan. [7] maqolada esa  $n \times n$  blok operatorli matritsalar ko'rinishida tasvirlanuvchi  $A$  chiziqli chegaralanmagan operatorlar spektrlari uchun analitik munosabatlar o'rnatilgan. 0 tartib bilan diagonal bo'yicha dominantlanuvchi blok operatorli matritsalar uchun  $W^n(A)$  blok sonli tasvir  $A$  operatorning barcha xos qiymatlarini saqlashi va  $A$  operatorning approksimativ nuqtali spektri esa  $W^n(A)$  to'plamning yopig'ida saqlanishi ko'rsatilgan. Blok sonli tasvir odatdagi sonli tasvirning qism to'plami  $W^n(A) \subset W(A)$  bo'lganligi bois u spektrning joylashuv o'rnini yaxshiroq aniqlab berishi mumkinligi ko'rsatilgan. Bundan tashqari, diagonal bo'yicha dominantlanuvchi  $n \times n$  blok operatorli matritsalar uchun Gershgorin teoremlari isbotlangan. [8-10] maqolalarda umumlashgan Fridrixs modelining spektral xossalari yordamida panjaradagi soni saqlanmaydigan va 3 tadan oshmaydigan zarrachalar sistemasiga mos operatorli matrisalarning spektri taqdid qilingan.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Toeplitz O. Das algebraische Analogon zu einem Satze von Fejer. Math. Z., 2:1-2 (1918), pp. 187-197.
2. Hausdorff F. Der Wertvorrat einer Bilinearform. Math. Z., 3:1 (1919), pp. 314-316.
3. Wintner A. Zur Theorie der beschränkten Bilinearformen. Math. Z., 30:1 (1929), pp. 228-281.

4. Langer H., Tretter C. Spectral decomposition of some nonselfadjoint block operator matrices. *J. Oper. Theory*, 39 (1998), pp. 339-359.
5. Tretter C. *Spectral Theory of Block Operator Matrices and Applications*. Imperial College Press, 2008, P. 297.
6. Tretter C., Wagenhofer M. The block numerical range of an  $n \times n$  block operator matrix. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.* 24:4 (2003), pp. 1003-1017.
7. Rasulov T.H., Tretter C. Spectral inclusion for diagonally dominant unbounded block operator matrices. *Rocky Mountain J. Math.*, 2018, No. 1, pp. 279-324.
8. Muminov M.I., Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analysis of the discrete spectrum of the family of  $3 \times 3$  operator matrices. *Comm. in Math. Anal.* 11:1 (2020), pp. 17-37.
9. Alberverio S., Lakaev S., Rasulov T. On the Spectrum of an Hamiltonian in Fock Space. *Discrete Spectrum Asymptotics. J. Stat. Phys.* 127:2 (2007), pp. 191-220.
10. Расулов Т.Х., Дилмуродов Э.Б.. Бесконечность числа собственных значений операторных  $(2 \times 2)$ -матриц. Асимптотика дискретного спектра. *ТМФ*. 205:3 (2020), С. 368-390.

# ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ

3 ЖИЛД, 1 СОН

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

ТОМ 3, НОМЕР 1

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

VOLUME 3, ISSUE 1

Контакт редакций журналов. [www.tadqiqot.uz](http://www.tadqiqot.uz)  
ООО Tadqiqot город Ташкент,  
улица Амира Темура пр.1, дом-2.  
Web: <http://www.tadqiqot.uz/>; E-mail: [info@tadqiqot.uz](mailto:info@tadqiqot.uz)  
Тел: (+998-94) 404-0000

Editorial staff of the journals of [www.tadqiqot.uz](http://www.tadqiqot.uz)  
Tadqiqot LLC The city of Tashkent,  
Amir Temur Street pr.1, House 2.  
Web: <http://www.tadqiqot.uz/>; E-mail: [info@tadqiqot.uz](mailto:info@tadqiqot.uz)  
Phone: (+998-94) 404-0000